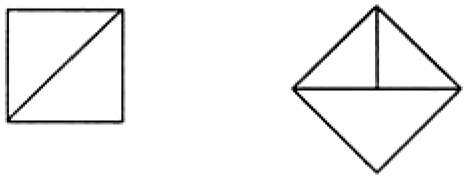
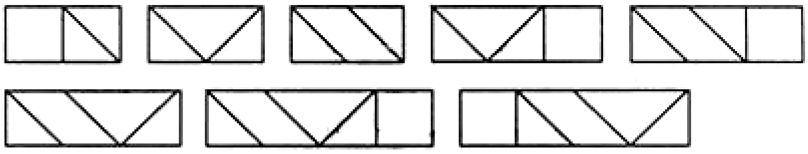
0005 Τάνγκραμ 1

1. Παρακάτω, παρουσιάζονται δύο τρόποι για να κατασκευάσεις ένα τετράγωνο, χρησιμοποιώντας μερικά από τα κομμάτια τάνγκραμ.



2.

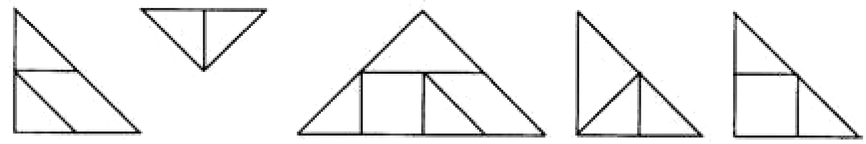


3. Τα 2 μικρά τρίγωνα ταιριάζουν ακριβώς πάνω στο τετράγωνο, στο μεγάλο τρίγωνο και στο παραλληλόγραμμο . . .

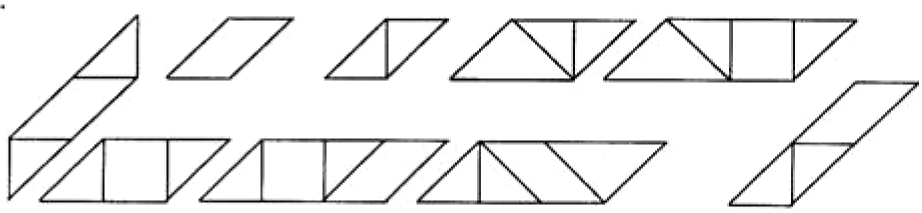
Έτσι, αυτά τα 3 κομμάτια πρέπει να έχουν το ίδιο εμβαδόν.

0006 Τάνγκραμ 2

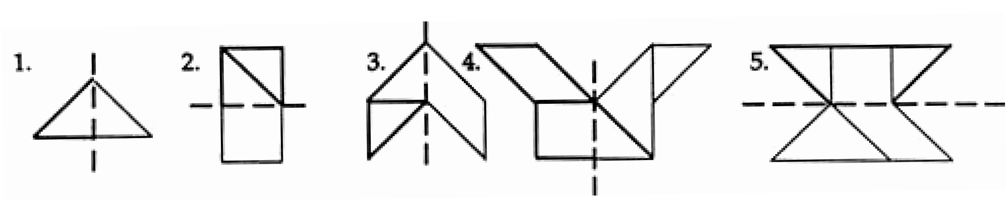
1.



2.



0007 Τάνγκραμ 3

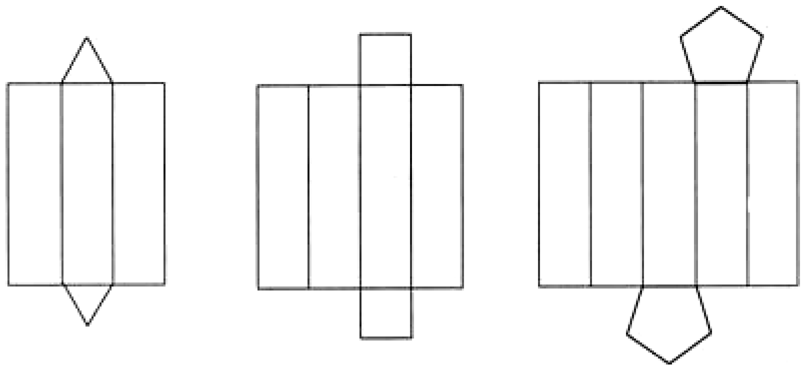


Όπως θα έχεις ίσως διαπιστώσει, υπάρχουν και άλλοι τρόποι για να κατασκευάσεις αυτά τα σχήματα.

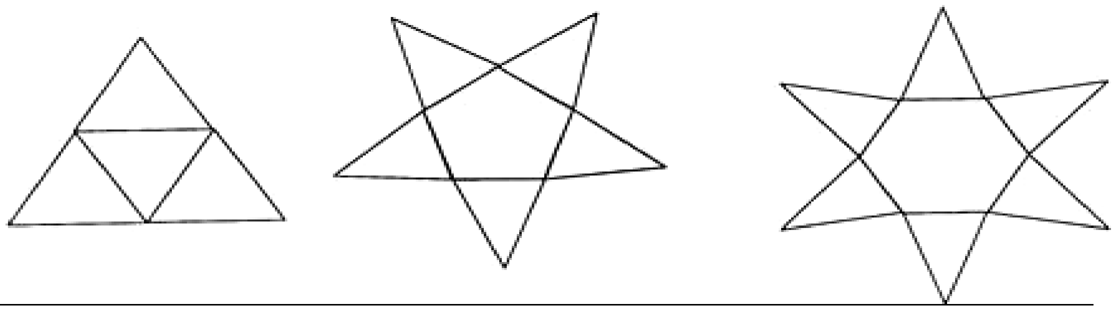
0008 Πρίσματα και πυραμίδες

Αυτά είναι μερικά από τα αναπτύγματα που ίσως έχεις σχεδιάσει.

Τριγωνικό πρίσμα Τετραγωνικό πρίσμα Πενταγωνικό πρίσμα



Πυραμίδα με τριγωνική βάση Πυραμίδα με πενταγωνική βάση Πυραμίδα με εξαγωνική βάση



0009 Ντόμινο με κλάσματα

Αφού παίξεις το παιχνίδι, ζήτησε από το δάσκαλό σου να ελέγξει αν έχεις συνδυάσει σωστά τα κλασματικά ντόμινο.

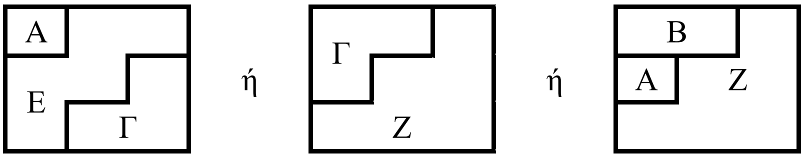
0022 Εμβαδόν 1

1. 3 τ.εκ.	2. 5 τ.εκ	3. 10 τ.εκ	4. 7 τ.εκ	5. 7 τ.εκ
6. 12 τ.εκ	7. 12 τ.εκ	8. 17 τ.εκ	9. 9 τ.εκ	10. 14 τ.εκ

0023 Εμβαδόν 2

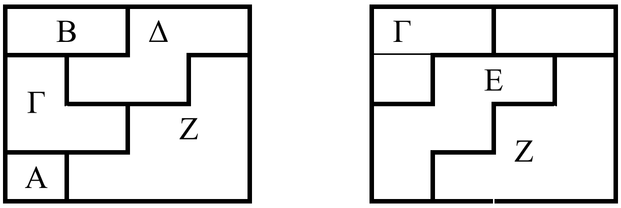
1. Α = 1 τ. εκ. Β = 2 τ. εκ. Γ = 3 τ. εκ. Δ = 4 τ. εκ. Ε = 5 τ. εκ. Ζ = 6 τ. εκ.

3.



Το εμβαδόν αυτού του τετραγώνου είναι 9 τ.εκ.

4.



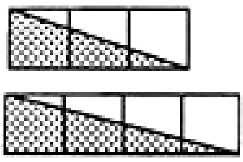
Το εμβαδόν αυτού του τετραγώνου είναι 16 τ.εκ.

5. Ένα 5×5 τετράγωνο έχει εμβαδόν 25 τ.εκ, ενώ η συνολική επιφάνεια των 6 κομματιών
είναι μόνο 21 τ.εκ. Έτσι, δεν υπάρχουν αρκετά κομμάτια για να καλύψουν το τετράγωνο.

0024 Εμβαδόν 3

Το εμβαδόν των σχημάτων είναι το ίδιο γιατί το τμήμα που έχει αφαιρεθεί, προστέθηκε ξανά.

0025 Εμβαδόν 4



Η σκιασμένη επιφάνεια είναι $1\frac{1}{2}$ τ.εκ.

Η σκιασμένη επιφάνεια είναι 2 τ.εκ.

1. Α = 4 τ. εκ.
   Β = 5 τ. εκ
   Γ = $4\ \frac{1}{2}$ τ. εκ.
   Δ = 5 τ. εκ.
   Ε = 4 τ. εκ.
   Ζ = $4\ \frac{1}{2}$ τ. εκ.
   Η = 5 τ. εκ.
   Θ = 5 τ. εκ.
   Ι = $3\ \frac{1}{2}$ τ. εκ.
   Κ = 4 τ. εκ.

0031 Να βρεις τον αριθμό 1

1.	4	+	**4**	=	8	2.	6	+	**8**	=	14
3.	4	+	**8**	**=**	12	4.	**7**	**+**	8	=	15
5.	**8**	+	9	=	17	6.	**13**	**+**	6	=	19
7.	**5**	–	3	=	2	8.	**15**	–	6	=	9
9.	**12**	–	5	=	7	10.	**15**	–	9	=	6
11.	13	–	**9**	=	4	12.	17	–	**8**	=	9
13.	7	+	**13**	**=**	20	14.	**33**	–	13	=	20
15.	20	–	**7**	=	13	16.	18	+	**7**	=	25
17.	24	–	**10**	=	14	18.	**32**	–	15	=	17
19.	43	+	**17**	=	60	20.	**48**	–	19	=	29

0033 Να βρεις τον αριθμό 3

1. $4\times 6=24$
2. $7\times 5=35$
3. $4\times 8=32$
4. $5\times 5=25$
5. $9\times 8=72$
6. $4\times 11=44$
7. $36:4=9$
8. $42:6=7$
9. $90:9=10$
10. $56:7=8$
11. $40:8=5$
12. $49:7=7$
13. $6\times 9=54$
14. $12\times 5=60$
15. $121:11=11$
16. $8\times 6=48$
17. $63:7=9$
18. $96:12=8$
19. $132:11=12$
20. $4\times 22=88$

0034 Βρες τον αριθμό 4

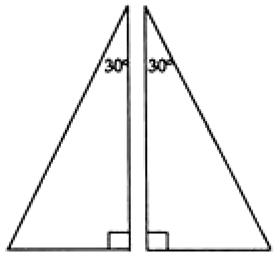
1. 9+6=13 Λάθος
2. 12+7=19 Σωστό
3. 18+9=27 Σωστό
4. 36:4= 9 Σωστό
5. 24-18= 5 Λάθος
6. 8×9= 72 Σωστό
7. 63:7=9 Σωστό
8. 48:8=8 Λάθος
9. Το $\frac{1}{2}$ του 5=10 Λάθος
10. Το $\frac{1}{2}$ του 98 = 49 Σωστό
11. $2:4=\frac{1}{2}$ Σωστό
12. Το $\frac{1}{2}$ του 4=2 Σωστό

13. 13+12=25
14. 31-12 =19
15. 76 : 76= 1
16. 9×11=99
17. Το $\frac{1}{2}$ του 6=3
18. Το $\frac{1}{2}$ του 30=15
19. $2\frac{1}{2}:5=\frac{1}{2}$
20. $12:24=\frac{1}{2}$

0035 Τετράγωνα και τρίγωνα

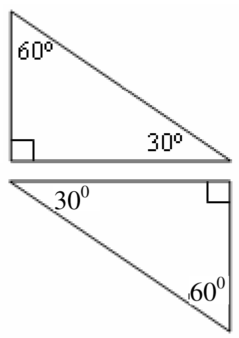
Να μάθεις τα ονόματα των σχημάτων που έφτιαξες. Έχεις καταλάβει τι είναι η ορθή γωνία;

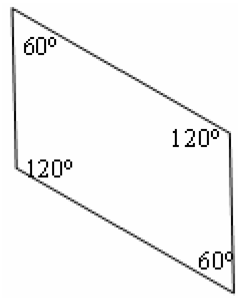
0039 Γωνίες

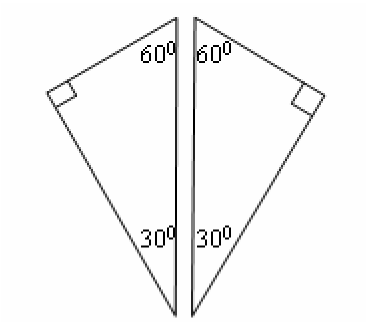


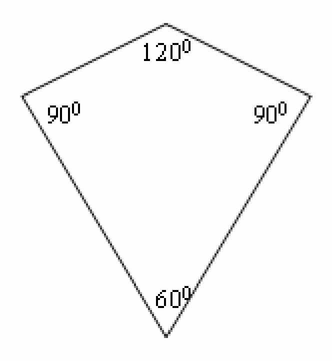
1. Μια ορθή γωνία έχει μέγεθος 90 μοίρες (90°).
3. Οι τρεις μικρές γωνίες μαζί έχουν μέγεθος 90°.
   Έτσι, κάθε μικρή γωνία θα πρέπει να έχει μέγεθος 30°.
5. Το σχήμα είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
   Κάθε γωνία είναι ορθή (90°).

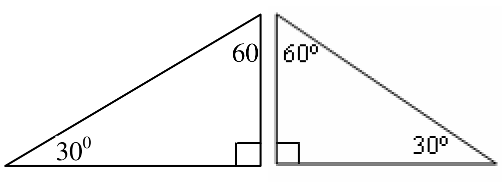
Έτσι, η τρίτη γωνία θα πρέπει να είναι 60°.

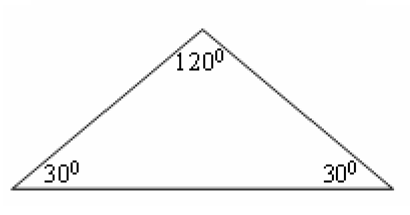




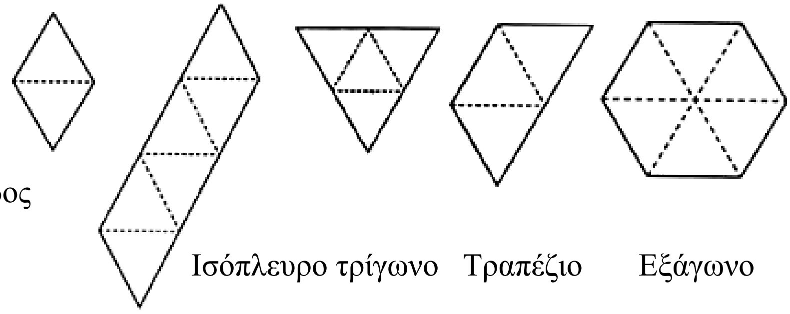








0040 Ισόπλευρα τρίγωνα



Ρόμβος

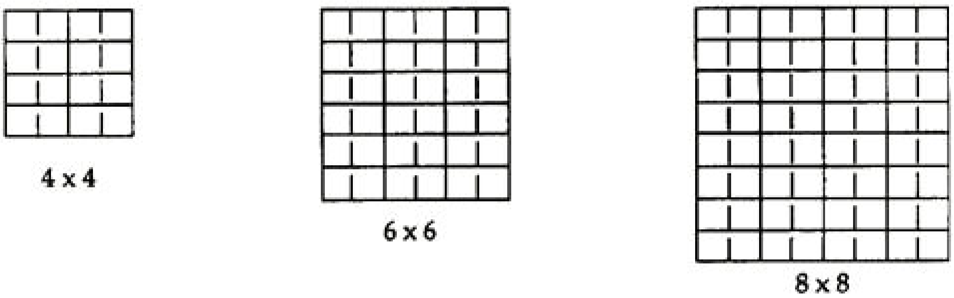
Ισόπλευρο τρίγωνο Τραπέζιο Εξάγωνο

Παραλληλόγραμμο

0046 Ντόμινο

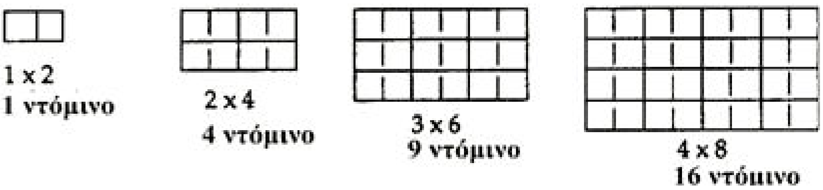
1. Δύο ντόμινο φτιάχνουν ένα τετράγωνο.

2. Αυτά τα τετράγωνα μπορούν να κατασκευαστούν από ντόμινο.



Τα «μονά» τετράγωνα δεν μπορούν να κατασκευαστούν από ντόμινο: 3×3, 5×5, 7×7 κ.λπ.
Όλα αυτά τα τετράγωνα αποτελούνται από περιττό αριθμό μικρών τετραγώνων.
Τα ντόμινο κατασκευάζονται από 2 τετράγωνα και έτσι, όταν τοποθετούνται μαζί, θα πρέπει να υπάρχει ένας ζυγός αριθμός από μικρά τετράγωνα.

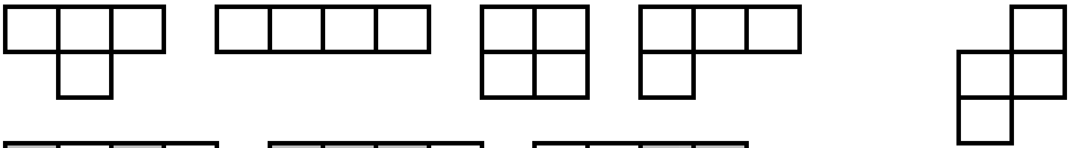
3. (α) Τα πρώτα 4 ντόμινο είναι τα 1×2, 2×4, 3×6, και 4×8. Το $4^{ο}$ ντόμινο είναι 8 τετράγωνα μακρύ.
   (β) Αν ένα ντόμινο έχει 10 εκ. πλάτος, τότε το μήκος του θα είναι 20 εκ.
4.

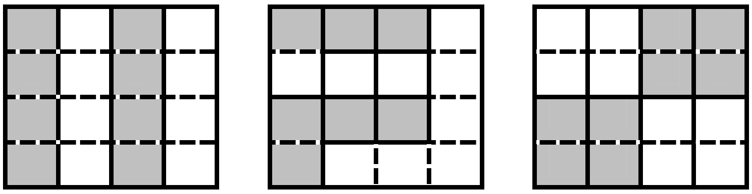


Ένα 5×10 ντόμινο χρειάζεται 25 μικρά ντόμινο.
Ένα 6×12 ντόμινο χρειάζεται 36 μικρά ντόμινο.

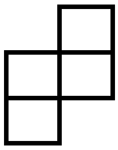
0048 Τετρόμινο

Αυτά είναι 5 διαφορετικά τετρόμινο.

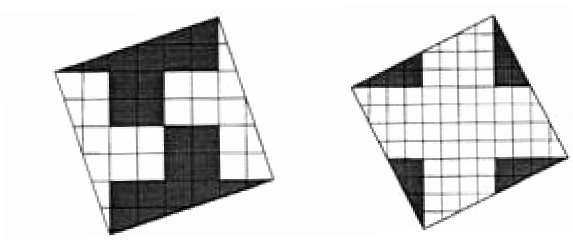




Αυτό το τετρόμινο δεν σχηματίζει τετράγωνο

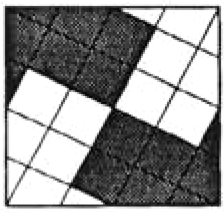


0050 Τομή 1

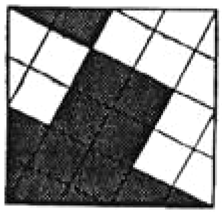


0051 Τομή 2

1.

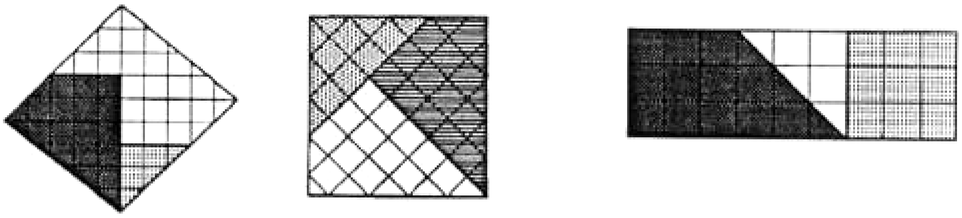


2.



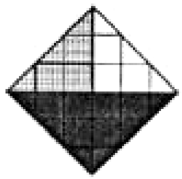
3.

0052 Τομή 3

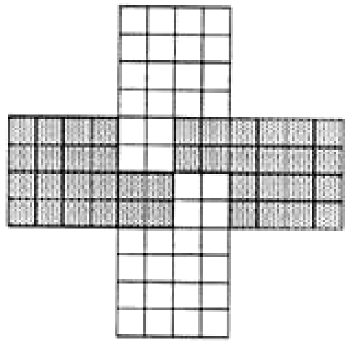


0053 Τομή 4

1.



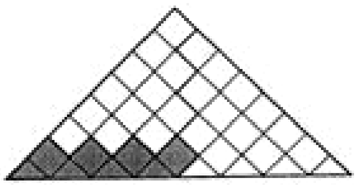
3.



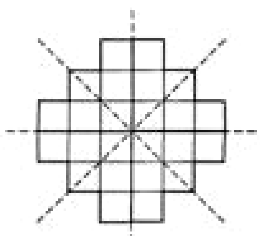
2. Οποιοδήποτε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο μπορεί να χωριστεί με αυτόν τον τρόπο, για να σχηματιστεί ένα τετράγωνο.

0054 Τομή 5

1. Θα πρέπει να αναποδογυρίσεις το σκιασμένο μέρος.

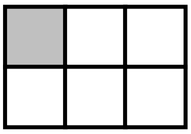


2.

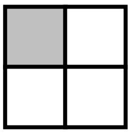


Αυτό είναι το παράδειγμα ενός σχήματος, το οποίο κατασκευάστηκε από τα 4 εξωτερικά κομμάτια.
Έχει 4 άξονες συμμετρίας.

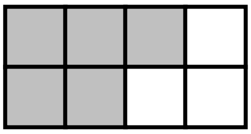
0057 Κλάσματα 3

1. 

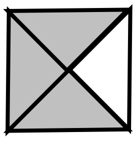
$\frac{1}{6}$

2. 

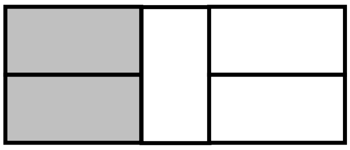
$\frac{1}{4}$

3. 

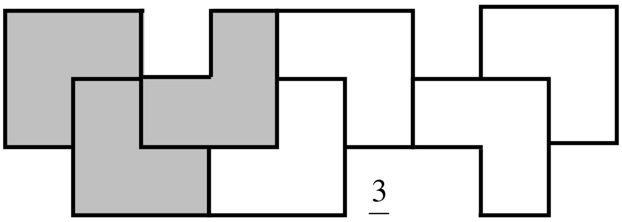
$\frac{5}{8}$

4. 

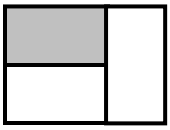
$\frac{3}{4}$

5. 

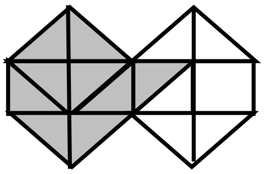
$\frac{2}{5}$

6. 

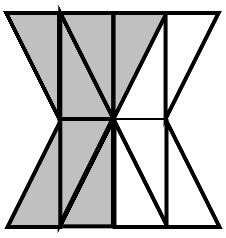
$\frac{3}{7}$

7. 

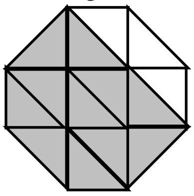
$\frac{1}{3}$

8. 

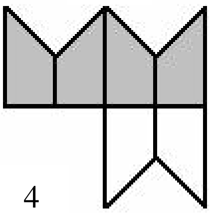
$\frac{9}{16}$

9. 

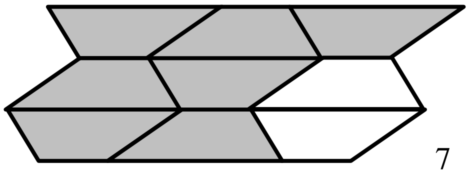
$\frac{7}{12}$

10. 

$\frac{11}{14}$

11. 

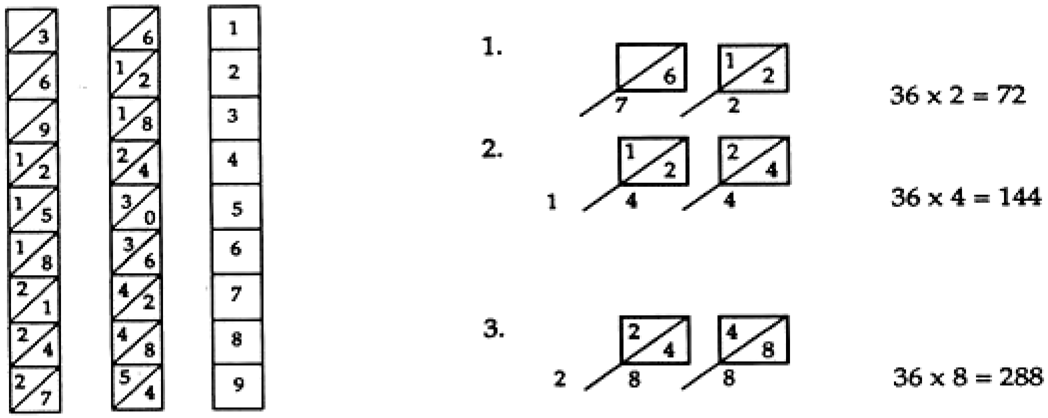
$\frac{4}{6}$

12. 

$\frac{7}{9}$

Δεν έχει σημασία ποια μέρη έχεις σκιάσει, αρκεί να έχεις σκιάσει το σωστό αριθμό κάθε φορά.

0066 Οι ράβδοι του Napier



4. 520
5. 266
6. 2190
7. 12320
8. 6920
9. 75375
10. 68236
11. 10854
12. 110352

13. Κάθε ράβδος δείχνει έναν πίνακα πολλαπλασιασμού.
Π.χ. το τρίτο από την αρχή τετράγωνο στη ράβδο 6 είναι το  γιατί 6×3=18.
14.
- Ο πολλαπλασιασμός με μεγάλους αριθμούς θα είναι δύσκολος γιατί η αρχική ράβδος περιλαμβάνει αριθμούς μόνο μέχρι το 9.
- Ένας αριθμός που περιέχει ένα ψηφίο περισσότερες από μία φορές θα σε δυσκολέψει γιατί θα χρειαστείς περισσότερες από μία ράβδους.
  Π.χ. 63636×5.

Η εικόνα που υπάρχει στην αρχή της κάρτας **0066** είναι ένα παλιό σχέδιο των ράβδων του Napier. Ο άγνωστος ζωγράφος, ο οποίος σχεδίασε την εικόνα πολλά χρόνια πριν, έκανε 3 λάθη. Μπορείς να τα βρεις;

0068 Ακριβείς μετρήσεις

α) PQ= 40 χιλ. PQ=4 εκ
β) QR= 75 χιλ. QR=7,5 εκ

1. DE=1,5 εκ.
2. DE=15 χιλ.
3. AB=3 εκ.
4. AB=30 χιλ.
5. AD=6 εκ
6. AD=60 χιλ.
7. CE=3,5 χιλ.
8. CE= 35 χιλ.
9. GE=2,5 εκ.
10. GE=25 χιλ.
11. JD= 9 εκ.
12. JD= 90 χιλ.

13. CA=4 εκ=40 χιλ.
14. DH=7 εκ=70 χιλ.
15. GF=1 εκ=10 χιλ.
16. CF=5 εκ=50 χιλ.
17. EB=4,5 εκ=45 χιλ.
18. GC=6 εκ=60 χιλ.
19. BG=7 εκ=70 χιλ
20. EH=5,5 εκ=55 χιλ.

0069 Καρδιοειδής καμπύλη

Ο όρος «καρδιοειδής» σημαίνει: «έχει σχέση με την καρδιά». Η καρδιοειδής καμπύλη έχει σχήμα καρδιάς.

0070 Ισομετρικά σχέδια

Να δείξεις στο δάσκαλό σου τα σχέδια που έκανες στο ισομετρικό χαρτί.

0071 Φάκελοι

Αν σου άρεσε αυτή η δραστηριότητα, θα μπορούσες να φτιάξεις ένα παρόμοιο σχέδιο με βελόνα και κλωστή.

0072 Γωνίες ενός τετραπλεύρου

Οι γωνίες όλων των τετραπλεύρων πρέπει να έχουν άθροισμα μία πλήρη γωνία.

1. Το άθροισμα των γωνιών ενός τετραπλεύρου είναι ίσο με 4 ορθές γωνίες.

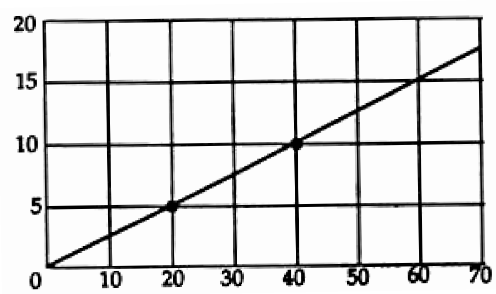
2. Το άθροισμα των γωνιών του τετραπλεύρου είναι 360°.

3. Α = 71° 4. Β = 58° 5. Γ = 108° 6. Δ = 120°

0073 Γραφική παράσταση χρόνου/απόστασης

1.		2.	
(α)	5 μίλια	(α)	20 λεπτά
(β)	25 μίλια	(β)	40 λεπτά
(γ)	$7\frac{1}{2}$ μίλια	(γ)	50 λεπτά
(δ)	15 μίλια	(δ)	5 λεπτά
(ε)	$22\frac{1}{2}$ μίλια	(ε)	35 λεπτά

Μετά από 40 λεπτά η ποδηλάτισσα διάνυσε 10 μίλια, έτσι σε 20 λεπτά η ποδηλάτισσα διανύει 5 μίλια.



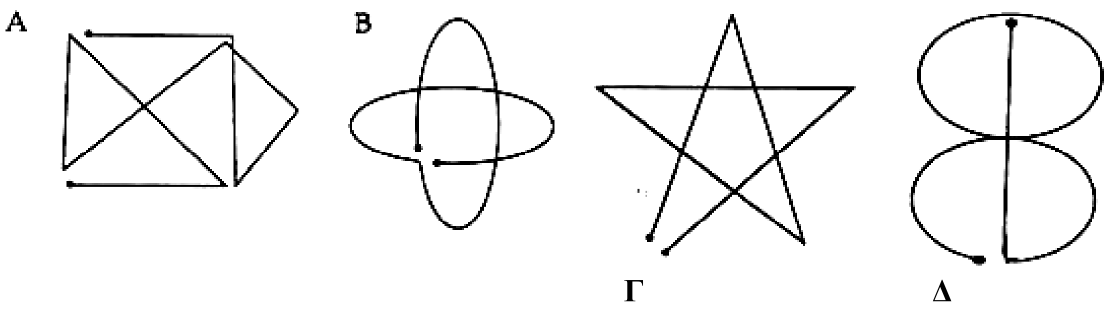
Απόσταση (σε μίλια)

Χρόνος (σε λεπτά)

3. α) 15 μίλια
   β) $12\frac{1}{2}$ μίλια
   γ) $7\frac{1}{2}$ μίλια
   δ) $6\frac{1}{4}$ μίλια
4. 15 μίλια την ώρα
5. α) 1 ώρα
   β) 30 λεπτά
   γ) 10 λεπτά
   δ) 25 λεπτά
6. $22\frac{1}{2}$ μίλια

0075 Δίκτυα

Μπορείς να «διασχίσεις» τα δίκτυα Α, Β, Γ και Δ. Δεν μπορείς να διασχίσεις τα δίκτυα Ε, Ζ, Η και Θ.
Παρακάτω, παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο μπορείς να διασχίσεις καθένα από τα Α, Β, Γ, Δ.



0079 Δεκαδικά ντόμινο

Αφού παίξεις το παιχνίδι μία φορά, ζήτησε από το δάσκαλό σου να ελέγξει αν έχεις συνδυάσει σωστά τα δεκαδικά ντόμινο.

0085 Προβλήματα υπολογισμού

1. 286 βόλοι: 237 δεν έχουν πράσινο χρώμα
   199 δεν έχουν μαύρο χρώμα

2. Ξόδεψα 9 ευρώ. Πήρα 1 ευρώ ρέστα.

3. Κέρδισα 256 ευρώ. Χρειάζεται να κερδίσω 44 ευρώ περισσότερο.

4. Ξόδεψα 63 ευρώ. Πήρα 37 ευρώ ρέστα.

5. α) 30 λεπτά με 170 λεπτά ρέστα,
   β) 17 λεπτά με 183 λεπτά ρέστα,
   γ) 87 λεπτά με 113 λεπτά ρέστα,
   δ) 27 λεπτά με 173 λεπτά ρέστα,
   ε) 14 λεπτά με 186 λεπτά ρέστα.

6. Επειδή οι τιμές στην κάρτα είναι υπερβολικά χαμηλές.

0090 Περισσότερα προβλήματα υπολογισμού

1. 4.740 χτύποι καρδιάς την ώρα
2. 4.296 χιλιόμετρα
3. Σερβίρεται δείπνο για 37.654 άτομα
4. 2448 ευρώ
5. 8.760 ώρες σε ένα χρόνο (8.784 σε ένα δίσεκτο χρόνο)
6. 525.600 λεπτά σε ένα χρόνο
7. 184.016 γλυκά
8. 170.079 λέξεις
9. 136,59 ευρώ
10. Όλες οι απαντήσεις σου θα είναι διαφορετικές, μπορείς όμως να χρησιμοποιήσεις την απάντηση της ερώτησης 5 ως οδηγό.
    Στα 12 χρόνια υπάρχουν 105.048 ώρες (3 δίσεκτα έτη).

0092 Πιο δύσκολα προβλήματα υπολογισμού

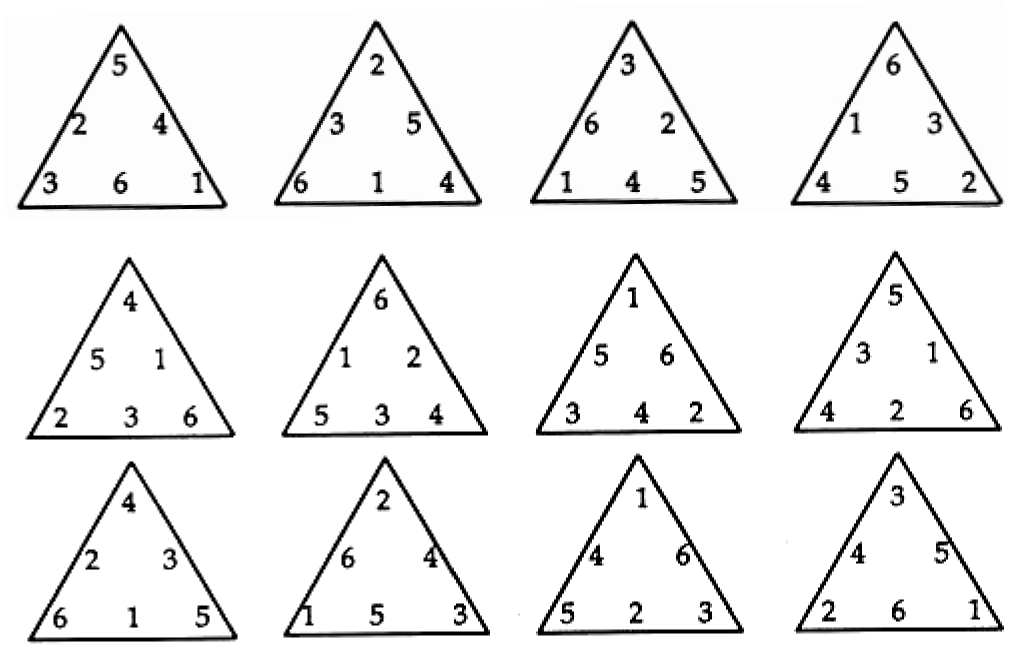
1. 6,64 ευρώ	2. 3,57 χμ.	3. 77 λεπτά	4. 1,48 ευρώ
5. 38,34 ευρώ	6. 18,60 ευρώ	7. 18,9 εκ.	8. 1133,1 γρ. ή 1,1331 κ.
9. 4,71 ευρώ		10. 6,698415 χμ.	

0098 Πλεγμένος κύβος

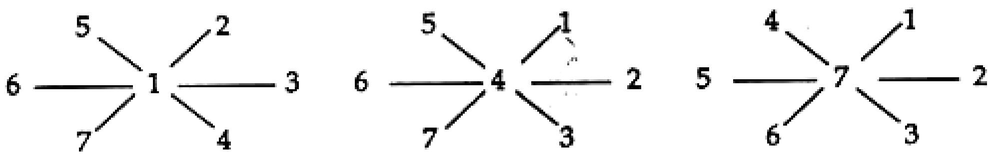
Αν έχεις «πλέξει» τον κύβο σωστά, τότε όλα τα τετράγωνα που έχεις σκιάσει θα πρέπει να βρίσκονται στην εξωτερική πλευρά.

0104 Παζλ με αριθμούς 1

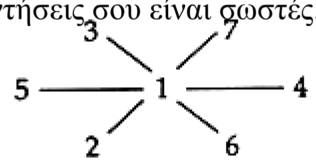
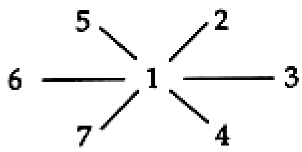
1. Υπάρχουν 12 «διαφορετικές» απαντήσεις:



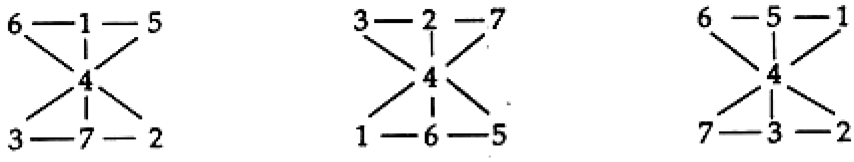
2.



Υπάρχουν πολλές εκδοχές αυτών των απαντήσεων. Όσο έχεις το σωστό αριθμό στο κέντρο και τα ζεύγη των απέναντι αριθμών δίνουν το ίδιο άθροισμα, οι απαντήσεις σου είναι σωστές.

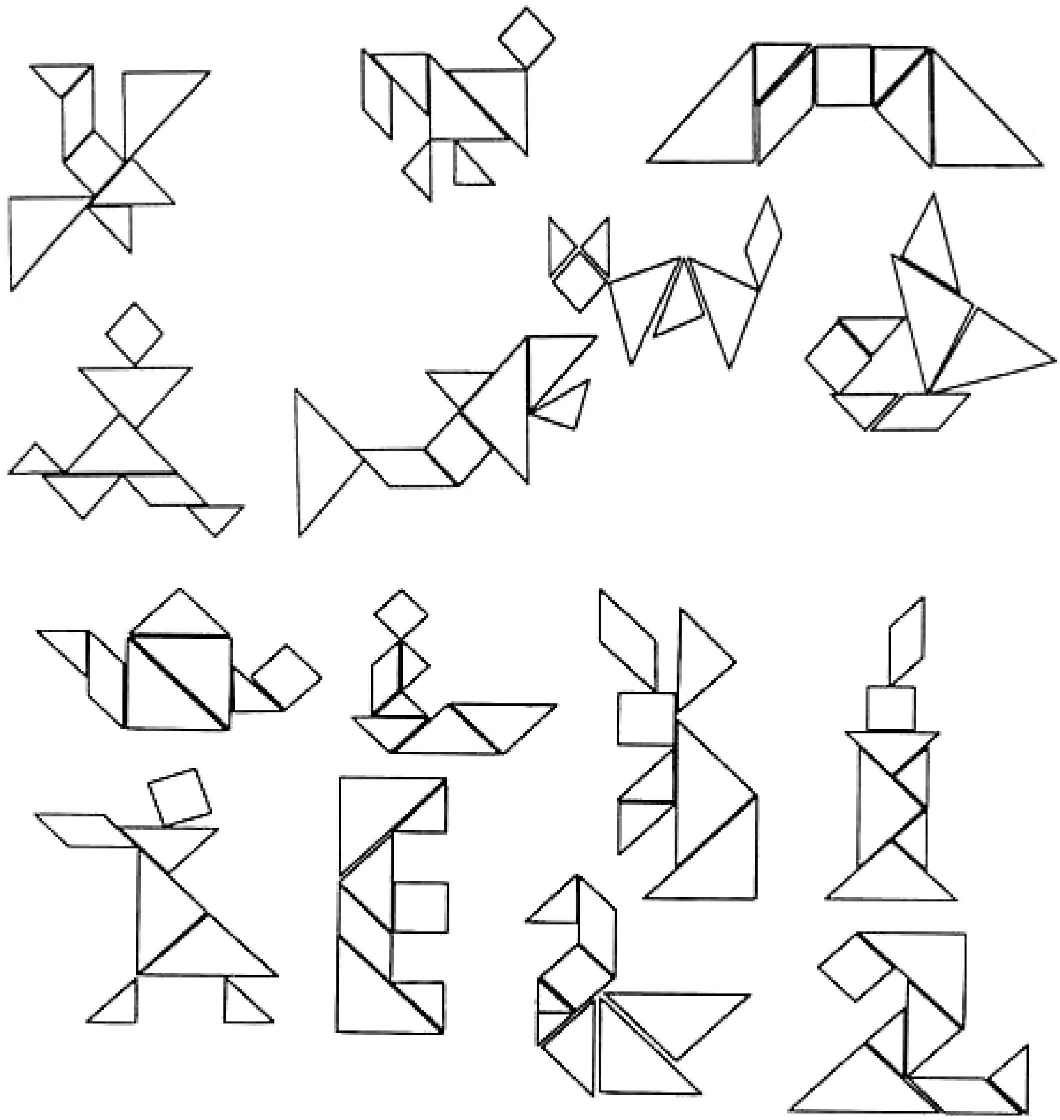
Π.χ.  είναι το ίδιο με 

3.



Και πάλι, υπάρχουν διάφορες εκδοχές αυτών των απαντήσεων.

0105 Τάνγκραμ με 7 κομμάτια



0114 Εννιάδες

1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. 9
18
27
36
45
54
63
72
81
90
99

3.

0	+	9	=	9
10	+	8	=	18
20	+	7	=	27
30	+	6	=	36
40	+	5	=	45
50	+	4	=	54
60	+	3	=	63
70	+	2	=	72
80	+	1	=	81
90	+	0	=	90
100	-	1	=	99

4.

10	-	1	=	9
20	-	2	=	18
30	-	3	=	27
40	-	4	=	36
50	-	5	=	45
60	-	6	=	54
70	-	7	=	63
80	-	8	=	72
90	-	9	=	81
100	-	10	=	90
110	-	11	=	99

5.

Το 9 μας δίνει	9 = 9
Το 18 μας δίνει	1+8 = 9
Το 27 μας δίνει	2+7 = 9
Το 36 μας δίνει	3+6 = 9
Το 45 μας δίνει	4+5 = 9
Το 54 μας δίνει	5+4 = 9
Το 63 μας δίνει	6+3 = 9
Το 72 μας δίνει	7+2 = 9
Το 81 μας δίνει	8+1 = 9
Το 90 μας δίνει	9+0 = 9
Το 99 μας δίνει	9+9 =18 = 1+8 =9

0118 Ποιος είναι τελευταίος;

Ο παίκτης που ξεκινά 2ος μπορεί να κερδίζει πάντα.
Θα πρέπει να σχηματίζει πάντα τον αριθμό 5,
π.χ.
αν ο πρώτος παίκτης πάρει 1 πούλι, ο 2ος παίρνει 4,
αν ο πρώτος παίκτης πάρει 2 πούλια, ο 2ος παίρνει 3,
αν ο πρώτος παίκτης πάρει 3 πούλια, ο 2ος παίρνει 2 και
αν ο πρώτος παίκτης πάρει 4 πούλια, ο 2ος παίρνει 1.

Ισχύει ακριβώς ο ίδιος κανόνας για 12 και για 26 πούλια.
Ο 2ος παίκτης μπορεί να κερδίζει πάντα.

0119 Εμβαδόν και Περίμετρος 1

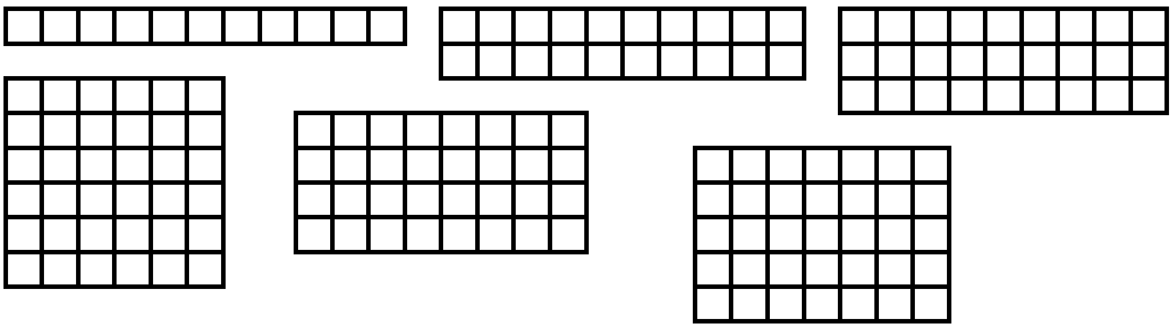
2.

Ορθογώνιο παραλληλό-γραμμο	Πλάτος (εκ.)	Μήκος (εκ.)	Εμβαδόν (τ.εκ.)	Περίμετρος (εκ.)
Α	1	7	7	16
Β	2	6	12	16
Γ	3	5	15	16
Δ	4	4	16	16
Ε	5	3	15	16
Ζ	6	2	12	16
Η	7	1	7	16

3. Όλα τα ορθογώνια έχουν την ίδια περίμετρο (16 εκ.)
4. Το ορθογώνιο Δ έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν.
5. Τα ορθογώνια Α και Η έχουν το μικρότερο εμβαδόν.

0120 Εμβαδόν σοκολάτας

Τα παρακάτω σχήματα είναι τα 6 ορθογώνια που έχουν περίμετρο 24εκ.
Δεν έχουν σχεδιαστεί σε κανονικό μέγεθος. Δεν περιέχουν την ίδια ποσότητα σοκολάτας.

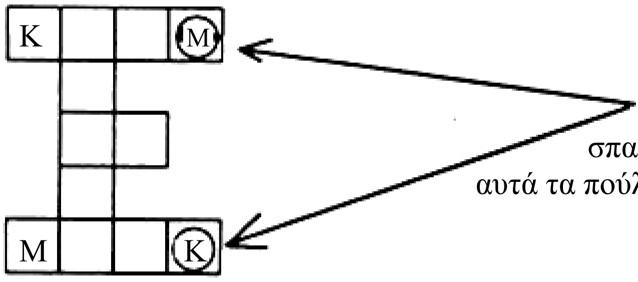


Θα διάλεγα το τετράγωνο γιατί έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν επιφάνειας.

Σχετικά με κάποιο ορθογώνιο με περίμετρο 20εκ.

- Το τετράγωνο θα διάλεγα και πάλι.
- Το μήκος των πλευρών του είναι 5εκ.
- Το εμβαδόν του είναι 25τ.εκ.

0123 Σπαζοκεφαλιά με πούλια



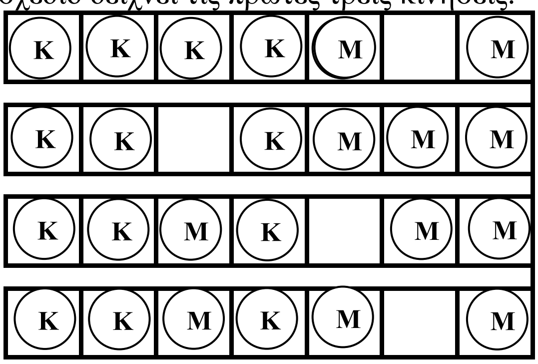
Το μυστικό σε αυτήν τη σπαζοκεφαλιά είναι να τοποθετήσεις αυτά τα πούλια σε αυτά τα τετράγωνα πρώτα.

0124 Σπαζοκεφαλιά με χρωματιστά πούλια

Ένα κόκκινο πούλι θα πρέπει ίσως να μετακινηθεί πίσω στην αρχική του θέση για να λυθεί η σπαζοκεφαλιά. Να εξηγήσεις στο δάσκαλό σου τον τρόπο που ακολούθησες για να λύσεις τη σπαζοκεφαλιά.

0126 Η σπαζοκεφαλιά των βατράχων

Υπόδειξη:
Θα πρέπει να φροντίζεις ώστε τα πούλια που έχουν διαφορετικά χρώματα να είναι πάντα χωριστά.
Το παρακάτω σχέδιο δείχνει τις πρώτες τρεις κινήσεις.



1η κίνηση

2η κίνηση

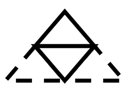
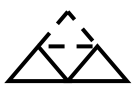
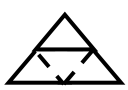
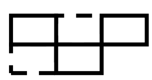
3η κίνηση

Ο μικρότερος αριθμός κινήσεων που απαιτείται για να αλλάξουν θέσεις μεταξύ τους 3 κόκκινα και 3 μπλε πούλια είναι 15.

0129 Μια σπαζοκεφαλιά με 18 πούλια

Κατάφερες να βελτιώσεις το σκορ σου; Να σημειώσεις το μικρότερο αριθμό κινήσεων.

0131 Σπαζοκεφαλιά με σπίρτα

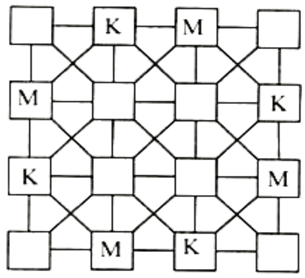





Σπαζοκεφαλιά 1 Σπαζοκεφαλιά 2 Σπαζοκεφαλιά 3 Σπαζοκεφαλιά 4

0133 Έξω από τη γραμμή

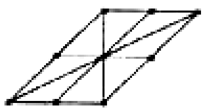
Σπαζοκεφαλιά 1
Τα 4 πούλια πρέπει να είναι είτε στα τετράγωνα με την ένδειξη Κ είτε στα τετράγωνα με την ένδειξη Μ για τη σπαζοκεφαλιά 2.

Σπαζοκεφαλιά 2
Προσοχή! Μπορεί στην προηγούμενη σπαζοκεφαλιά να έχεις τοποθετήσει τα κόκκινα πούλια στη θέση των μπλε.

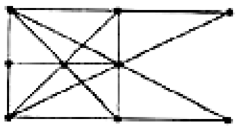


0134 Σπαζοκεφαλιές στο γεωπίνακα

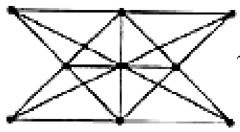
Σπαζοκεφαλιά 1



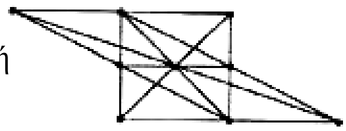
Σπαζοκεφαλιά 2



Σπαζοκεφαλιά 3



ή



0142 Όγκος κύβων

1. α) 8κ.εκ.
   β) 24τ.εκ (6 × 4τ.εκ.)
2. α) 27κ.εκ.
   β) 54τ.εκ (6 × 9τ.εκ)
3. α) 64κ.εκ.
   β) 96τ.εκ. (6 ×16τ.εκ.)
4. α)

Μήκος ακμής του κύβου	Εμβαδόν κάθε έδρας του κύβου (τ.εκ.)	Εμβαδόν ολικής επιφάνειας του κύβου (τ.εκ.)	Όγκος του κύβου (κ.εκ.)
1	1	6	1
2	4	24	8
3	9	54	27
4	16	96	64
5	25	150	125
6	36	216	216
7	49	294	343
8	64	384	512

β) Οι αριθμοί της τέταρτης στήλης ονομάζονται κυβικοί αριθμοί.

0143 Όγκοι 2

Τρεις πυραμίδες σχηματίζουν έναν κύβο.
Αν ο όγκος της κάθε πυραμίδας είναι περίπου 42τ.εκ., ο όγκος του κύβου πρέπει να είναι 126κ.εκ (42 × 3).
Η ακμή του κύβου θα πρέπει να είναι 5εκ. και επομένως ο όγκος του θα είναι 5×5×5=125κ.εκ.
Αν αυτό είναι ακριβές, ο όγκος της πυραμίδας, κατά τη γνώμη σου, ήταν μεγαλύτερος ή μικρότερος από 42κ.εκ.;

0145 Τετραφλεξάγωνο

Μπόρεσες να χρωματίσεις το ολοκληρωμένο τετραφλεξάγωνο έτσι ώστε τέσσερις διαφορετικές έδρες να εμφανίζονται, καθώς λυγίζεις το μοντέλο;

0151 Περισσότερες κανονικότητες σε τετράγωνα των 100

3 → 3 = 3 → 3	11 → 1 + 1 = 2 → 2
14 → 1 + 4 = 5 → 5	22 → 2 = 4 → 4
25 → 2 + 5 = 7 → 7	33 → 3 = 6 → 6
36 → 3 + 6 = 9 → 9	44 → 4 = 8 → 8
47 → 4 + 7 = 11 → 1 + 2 = 2	55 → 5 = 10 → 1 + 0 = 1
58 → 5 + 8 = 18 → 1 + 3 = 4	66 → 6 = 12 → 1 + 2 = 3
69 → 6 + 9 = 15 → 1 + 5 = 6	77 → 7 = 14 → 1 + 4 = 5
80 → 8 + 0 = 8 → 8	88 → 8 = 16 → 1 + 6 = 7
	99 → 9 = 18 → 1 + 8 = 9

Να δείξεις τη δική σου ακολουθία αριθμών στο δάσκαλό σου.

0153 Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς

1. 636,56 €
2. 2,37 €
3. $\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\quad \frac{3}{8} = 0{,}375$ $\quad \frac{2}{5} = 0{,}4$

   $\frac{7}{12} = 0{,}583333 = 0{,}58\dot{3}$ $\quad \frac{2}{6} = 0{,}\dot{6}$ $\quad \frac{2}{7} = 0{,}\dot{2}8571\dot{4}$

   Η σειρά είναι : $\frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$.
4. $\frac{1}{11} = 0{,}090909\ldots = 0{,}\dot{0}\dot{9}$ $\quad \frac{2}{11} = 0{,}181818\ldots = 0{,}\dot{1}\dot{8}$

   $\frac{3}{11} = 0{,}272727\ldots = 0{,}\dot{2}\dot{7}$ $\quad \frac{4}{11} = 0{,}\dot{3}\dot{6}$ $\quad \frac{5}{11} = 0{,}\dot{4}\dot{5}$ $\quad \frac{6}{11} = 0{,}\dot{5}\dot{4}$

   $\frac{7}{11} = 0{,}\dot{6}\dot{3}$ $\quad \frac{8}{11} = 0{,}\dot{7}\dot{2}$ $\quad \frac{9}{11} = 0{,}\dot{8}\dot{1}$ $\quad \frac{10}{11} = 0{,}\dot{9}\dot{0}$

   Είναι όλοι περιοδικοί δεκαδικοί αριθμοί. Τα ψηφία του δεκαδικού τμήματος είναι πολλαπλάσια του 9.
5. 45 βήματα
6. 36,76 €
7. 72,72 €
8. 5λ (κατά προσέγγιση)
9. 236,90 € (κατά προσέγγιση)
10. 142.070 ίντσες ύψος (κατά προσέγγιση)
11. 68 mph (με ακρίβεια μίας ακέραιης μονάδας)
12. 3,31 εκ. (με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων)

0155 Δοκιμή και λάθος με υπολογιστή τσέπης

Αν το κομπιουτεράκι σου έχει 10ψήφια οθόνη, οι δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα 10 και γινόμενο 20 είναι οι 7,236067977 και 2,763932023.
Οι συγκεκριμένες απαντήσεις δεν είναι ακριβείς. Οι δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 10 αλλά το γινόμενό τους δεν είναι ακριβώς 20. Δεν υπάρχει μια συγκεκριμένη, ακριβής απάντηση αλλά μπορείς να πλησιάσεις όλο και περισσότερο. Ένα λογιστικό φύλλο ή ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων θα σε βοηθήσει.

0159 Γωνίες ενός τριγώνου

1. Σε οποιοδήποτε τρίγωνο οι τρεις γωνίες, όταν τοποθετηθούν η μία δίπλα στην άλλη, θα πρέπει να σχηματίζουν ευθεία γραμμή.
2. (α) Οι 3 γωνίες κάθε τριγώνου, όταν τοποθετηθούν μαζί, φτιάχνουν μια ευθεία γραμμή.
   (β) Οι 3 γωνίες ενός τριγώνου, όταν προστεθούν, σχηματίζουν 180^{o} και αυτό είναι ίσο με 2 ορθές γωνίες.

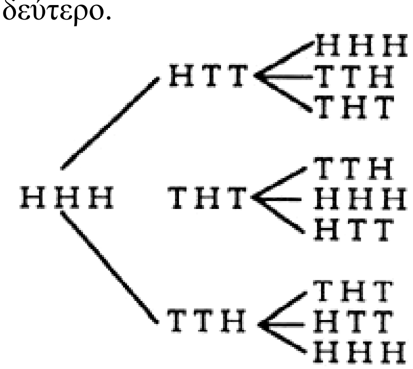
0161 Το πρόβλημα με τα τρία κέρματα

Σε κάθε φάση υπάρχουν 3 πιθανές κινήσεις:

i) να αφήσεις το πρώτο κέρμα όπως είναι, να γυρίσεις το δεύτερο και το τρίτο,

ii) να αφήσεις όπως είναι το δεύτερο κέρμα, να γυρίσεις το πρώτο και το τρίτο,

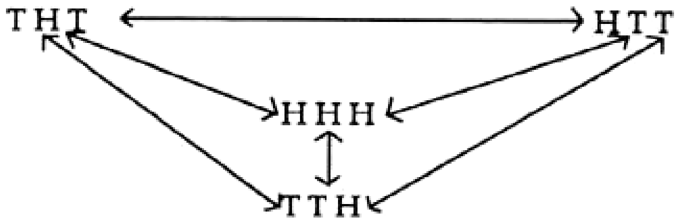
iii) να αφήσεις όπως είναι το τρίτο κέρμα, να γυρίσεις το πρώτο και το δεύτερο.



Δεν χρειάζεται να συνεχίσεις επ΄αόριστον.

Είναι απαραίτητο να προχωρήσεις μέχρι το σημείο που υποδεικνύει αυτό το διάγραμμα γιατί στη συνέχεια οι συνδυασμοί επαναλαμβάνονται.

Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει με ποιο τρόπο επαναλαμβάνονται οι συνδυασμοί.



0162 Αριθμοί 2, 3, 4, 5

Οι παρακάτω απαντήσεις δείχνουν μόνο έναν τρόπο για κάθε αριθμό. Είναι πιθανό να έχεις βρει διαφορετικούς τρόπους. Να ελέγξεις τις λύσεις σου με τη βοήθεια κάποιου.

$1 = \dfrac{5+2}{4+3}$

$2 = (4 \times 3) - (2 \times 3)$

$3 = 5 + 4 - (2 \times 3)$

$4 = \dfrac{4 \times 5}{2+3}$

$5 = (4 \times 3) - (2 + 5)$

$6 = 2 + 3 + 5 - 4$

$7 = (5 \times 3) - (4 \times 2)$

$8 = 2 + 4 + 5 - 3$

$9 = (2 \times 5) + 3 - 4$

$10 = 3 + 4 + 5 - 2$

$11 = 4 \times 5 - 3^2$

$12 = 2 + 3 + \sqrt{4} + 5$

$13 = (3 \times 5) + 2 - 4$

$14 = 2 + 3 + 4 + 5$

$15 = (4 \times 5) - 2 - 3$

$16 = (3 + 5) \times (4 - 2)$

$17 = (3 \times 5) + 4 - 2$

$18 = 4 + 5 + 3^2$

$19 = (4 \times 5) + 2 - 3$

$20 = 4 \times 5 \times (3 - 2)$

$21 = [(2 + 3) \times 5] - 4$

$22 = (2 \times 5) + (3 \times 4)$

$23 = (3 \times 5) + (2 \times 4)$

$24 = 2^4 + 3 + 5$

$25 = 5^2 \times (4 - 3)$

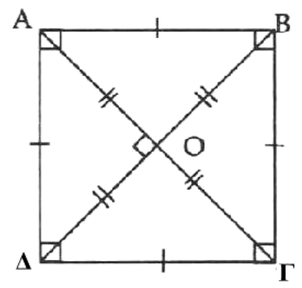
0164 Κανονικότητες με το 11 και το 13

20:11=1 και υπόλοιπο 9	1+9=10	20:13=1 και υπόλοιπο 7	3×1+ 7=10
30:11=2 και υπόλοιπο 8	2+8=10	30:13=2 και υπόλοιπο 4	3×2+ 4=10
40:11=3 και υπόλοιπο 7	3+7=10	40:13=3 και υπόλοιπο 1	3×3+ 1=10
50:11=4 και υπόλοιπο 6	4+6=10	50:13=3 και υπόλοιπο 11	3×3+11=20
60:11=5 και υπόλοιπο 5	5+5=10	60:13=4 και υπόλοιπο 8	3×4+ 8=20
70:11=6 και υπόλοιπο 4	6+4=10	70:13=5 και υπόλοιπο 5	3×5+ 5=20
80:11=7 και υπόλοιπο 3	7+3=10	80:13=6 και υπόλοιπο 2	3×6+ 2=20
90:11=8 και υπόλοιπο 2	8+2=10	90:13=6 και υπόλοιπο 12	3×6+12=30
100:11=9 και υπόλοιπο 1	9+1=10	100:13=7 και υπόλοιπο 9	3×7+ 9=30

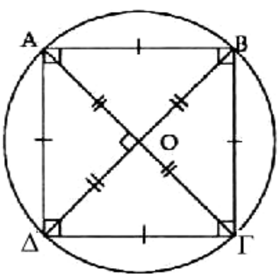
<u>0165 Το Εγγεγραμμένο Τετράπλευρο</u>

Όλα τα τετράγωνα είναι εγγράψιμα τετράπλευρα. Για να το αιτιολογήσεις αυτό, θα πρέπει να σκεφτείς τον ορισμό ενός τετραγώνου. Το τετράγωνο είναι ένα σχήμα με:

- Τέσσερις ίσου μήκους πλευρές
  ΑΒ = ΒΓ = ΓΔ = ΔΑ
- Τέσσερις ίσες μεταξύ τους γωνίες (90°)
  $\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Delta = \Gamma\hat{\Delta}A = 90^0$
  Διαγώνιες που τέμνονται, σχηματίζοντας ορθές γωνίες
  $\Delta\hat{O}A = A\hat{O}B = B\hat{O}\Gamma = \Gamma\hat{O}\Delta = 90^0$
- Διαγώνιες μεταξύ τους ίσες σε μήκος, οι οποίες διχοτομούν η μία την άλλη
  ΑΟ = ΟΓ = ΒΟ = ΟΔ

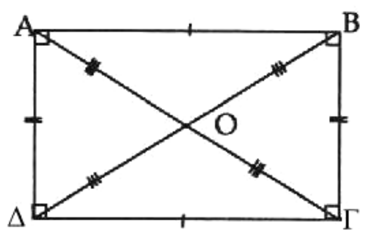


Σε οποιοδήποτε τετράγωνο είναι δυνατό να σχεδιάσουμε κύκλο, ο οποίος να διέρχεται από τις κορυφές του τετραγώνου και στον οποίο τα τμήματα ΑΟ, ΒΟ, ΓΟ και ΔΟ να είναι ακτίνες και το Ο να είναι το κέντρο του κύκλου.

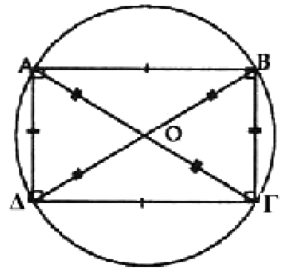


Όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα είναι εγγράψιμα τετράπλευρα. Για να το αιτιολογήσεις αυτό, πρέπει να σκεφτείς τον ορισμό του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι το σχήμα που έχει:

- Τέσσερις πλευρές
- Τις απέναντι πλευρές μεταξύ τους ίσες
  ΑΒ = ΓΔ και ΑΔ = ΒΓ
- Τέσσερις γωνίες μεταξύ τους ίσες
  $\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Delta = \Gamma\hat{\Delta}A = 90^0$
- Διαγώνιες που είναι ίσες στο μήκος και διχοτομούν η μία την άλλη
  ΑΟ = ΟΓ = ΒΟ = ΟΔ



Σε οποιοδήποτε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι πάντα δυνατό να σχεδιάσουμε έναν κύκλο που να διέρχεται από τις κορυφές του παραλληλογράμμου και στον οποίο τα ΑΟ, ΒΟ, ΓΟ και ΔΟ να είναι ακτίνες και το Ο να είναι το κέντρο του κύκλου.



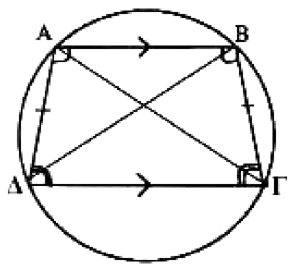
Μόνο ειδικές περιπτώσεις ρόμβων μπορούν να θεωρηθούν εγγράψιμα τετράπλευρα. Για να αποτελέσει ένας ρόμβος εγγράψιμο τετράπλευρο πρέπει:

- Όλες οι γωνίες του να είναι 90° (στην πραγματικότητα, πρόκειται για ένα τετράγωνο.)

Μόνον ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμων μπορούν να θεωρηθούν εγγράψιμα τετράπλευρα. Ένα παραλληλόγραμμο για να θεωρηθεί εγγράψιμο τετράπλευρο πρέπει να έχει:

- Διαγώνιες ίσου μήκους
- Τέσσερις γωνίες ίσες με 90° (στην πραγματικότητα, πρόκειται για ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.)

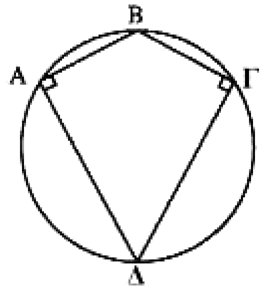
Μόνο ειδικές περιπτώσεις τραπεζίων μπορούν να θεωρηθούν εγγράψιμα τετράπλευρα. Ένα τραπέζιο, για να θεωρηθεί εγγράψιμο τετράπλευρο, πρέπει να έχει:



- τις δύο μη-παράλληλες πλευρές ίσες σε μήκος
  ΑΔ = ΒΓ
- τις διαγώνιές του ίσες σε μήκος
  ΑΓ = ΒΔ
- 2 ζεύγη ίσων μεταξύ τους γωνιών

$\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma$ και $A\hat{\Delta}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Delta$

Μόνον ειδικές περιπτώσεις χαρταετών μπορούν να θεωρηθούν εγγράψιμα τετράπλευρα. Για να είναι ένας χαρταετός εγγράψιμο τετράπλευρο πρέπει να έχει:



- Ένα ζευγάρι ορθών γωνιών
  $B\hat{A}\Delta = B\hat{\Gamma}\Delta = 90^0$

Ίσως θελήσεις να αποδείξεις γιατί αυτές οι ειδικές περιπτώσεις είναι εγγράψιμα τετράπλευρα.

<u>0166 Εμβαδόν τριγώνου</u>

1. 3 μονάδες 2. 2 μονάδες 3. 3 τετραγωνικές μονάδες

4. Πολλές απαντήσεις είναι πιθανές. Στον πίνακά σου θα πρέπει να φαίνεται ότι:
Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι πάντα το ΜΙΣΟ της βάσης x το ύψος.

1. Βάση=5 Ύψος=3 Εμβαδόν $=\frac{1}{2}$ (5×3) =7 $\frac{1}{2}$ τετραγωνικές μονάδες
2. Βάση=6 Ύψος=4 Εμβαδόν $=\frac{1}{2}$ (6×4) = 12 τετραγωνικές μονάδες
3. Βάση=4 Ύψος=4 Εμβαδόν $=\frac{1}{2}$ (4×4) = 8 τετραγωνικές μονάδες
4. Βάση=2 Ύψος=4 Εμβαδόν $=\frac{1}{2}$ (2×4) = 4 τετραγωνικές μονάδες
5. Βάση=3 Ύψος=7 Εμβαδόν $=\frac{1}{2}$ (3×7) =10 $\frac{1}{2}$ τετραγωνικές μονάδες
6. Βάση=5 Ύψος=4 Εμβαδόν $=\frac{1}{2}$ (5×4) = 10 τετραγωνικές μονάδες

0167 x για πρωινό

x	$x + 4$
7	11
19	23
5	9
13	17
32	36
87	91

α)

x	$x + 2$
10	12
6	8
14	16
4	6
13	15
10	12
1	3
$6\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{}$	$4\frac{1}{}$

β)

x	$x - 6$
10	4
6	0
14	8
4	-2
13	7
18	12
9	3
$6\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$10\frac{1}{}$	$4\frac{1}{}$

γ)

x	$2x$
10	20
6	12
14	28
4	8
13	26
6	12
$1\frac{1}{2}$	3
$6\frac{1}{2}$	13
$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{}$

δ)

x	$3x$
10	30
6	18
14	42
4	12
13	39
4	12
1	3
$6\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

ε)

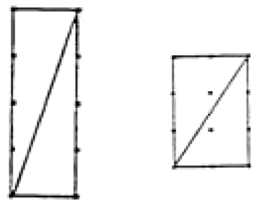
x	$x : 2$
10	5
6	3
14	7
4	2
13	$6\frac{1}{2}$
24	12
6	3
$6\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
9	$4\frac{1}{2}$

ζ)

x	$3x + 3$
10	33
6	21
14	45
4	15
13	42
3	12
0	3
$6\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

0168 Ορθογώνια τρίγωνα

Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 6 τετράγωνα, άρα το εμβαδόν κάθε τριγώνου είναι 3 τετράγωνα.



1. Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 4 τετράγωνα, άρα το εμβαδόν κάθε τριγώνου είναι 2 τετράγωνα.
2. 4 τετράγωνα
3. $7\frac{1}{2}$ τετράγωνα
4. 5 τετράγωνα
5. 6 τετράγωνα
6. 2 τετράγωνα
7. 8 τετράγωνα
8. 10 τετράγωνα

0169 Το μισό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου

1. 3 τετράγωνα	2. 2 τετράγωνα	3. 10 τετράγωνα
4. 4 τετράγωνα	5. $4\frac{1}{2}$ τετράγωνα	6. 7 τετράγωνα
7. 3 τετράγωνα	8. $2\frac{1}{2}$ τετράγωνα	9. 6 τετράγωνα
10. 18 τετράγωνα	11. $22\frac{1}{2}$ τετράγωνα	12. 12 τετράγωνα
13. 6 τετράγωνα	14. 10 τετράγωνα	15. 8 τετράγωνα

Αν χρησιμοποίησες τετραγωνισμένο χαρτί σε εκατοστά με τελείες, η μονάδα εμβαδού είναι το τ.εκ.

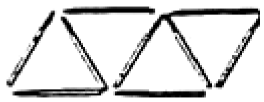
0171 Τηλεόραση - ποτά

1. Το ποτό της Δήμητρας είναι καφές.
2. Τα τρία ποτά του Νίκου είναι καφές, σόδα και λεμονάδα.
3. Ο Νίκος ήπιε σόδα.
4. Ο Βασίλης και ο Νίκος ήπιαν λεμονάδα.
5. Η Άννα δεν πήρε ποτό.
6. Ο καφές ήταν το πιο δημοφιλές ποτό.
7. Το γάλα ήταν το λιγότερο δημοφιλές ποτό.
8. Ο Βασίλης και η Ελένη ήπιαν δύο ποτά.
9. Ο Νίκος ήπιε τα περισσότερα ποτά.
10. Ο Νίκος και ο Βασίλης ήπιαν λεμονάδα και οι δύο.

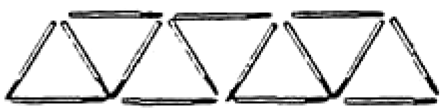
Να δείξεις το βελοειδές διάγραμμα που έφτιαξες στο δάσκαλό σου.

0172 Ένα ταίρι για τον καθένα

4 τρίγωνα και 9 σπίρτα.



7 τρίγωνα και 15 σπίρτα.



Πρέπει να έχεις διακρίνει τον κανόνα «διπλασίασε τον αριθμό των τριγώνων και πρόσθεσε ένα».

- Να δείξεις τα σχέδιά σου σε κάποιον άλλο και να ελέγξεις αν ακολουθούν τον κανόνα «διπλασίασε τον αριθμό των τριγώνων και πρόσθεσε ένα».
- Να ελέγξεις αν το δικό σου διάγραμμα απεικόνισης ακολουθεί τον κανόνα «διπλασίασε τον αριθμό των τριγώνων και πρόσθεσε ένα».

Αριθμός τριγώνων		Αριθμός σπίρτων
12	→	25
15	→	31
20	→	41
50	→	101
43	→	87
25	→	51
100	→	201
68	→	137

<u>0173 Μηχανές απεικόνισης</u>

1. Όταν μπαίνει το 4, βγαίνει το 8.
2. Αν βγαίνει το 20, στη μηχανή μπαίνει το 10.
3. Να δείξεις το διάγραμμά σου σε κάποιον άλλο, για να ελέγξει αν οι αριθμοί που βγαίνουν από τη μηχανή είναι διπλάσιοι από τους αριθμούς που μπαίνουν στη μηχανή.

Α. Να τριπλασιάσεις.
$3 \rightarrow 9$
$4 \rightarrow 12$
$5 \rightarrow 15$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$

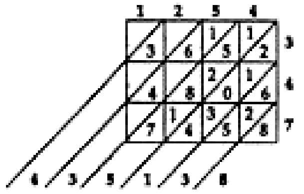
Β. Να προσθέσεις 7.
$3 \rightarrow 10$
$4 \rightarrow 11$
$5 \rightarrow 12$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$

Γ. Να αφαιρέσεις 2.
$3 \rightarrow 1$
$4 \rightarrow 2$
$5 \rightarrow 3$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$

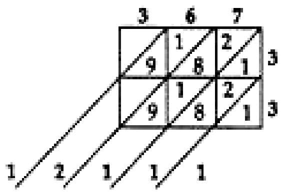
Δ. Να πολλαπλασιάσεις με το 5 και μετά να προσθέσεις 3.
$3 \rightarrow 18$
$4 \rightarrow 23$
$5 \rightarrow 28$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$
. $\rightarrow$

Να δείξεις τα διαγράμματά σου σε κάποιον άλλο, για να ελέγξει αν οι αριθμοί που βγαίνουν από τη μηχανή είναι σύμφωνοι με τους κανόνες των μηχανών απεικόνισης για τους αριθμούς που μπαίνουν στη μηχανή.

0174 Gelosia

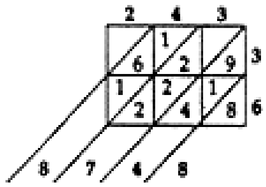


1.



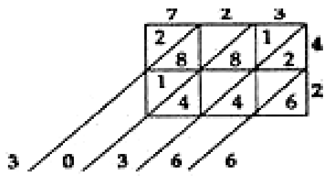
367 x 33 = 12111

2.



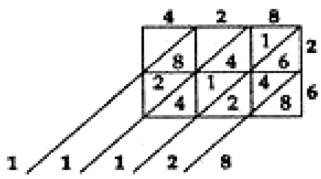
243 x 36 = 8748

3.



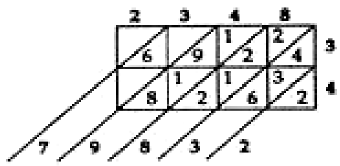
723 x 42 = 30366

4.



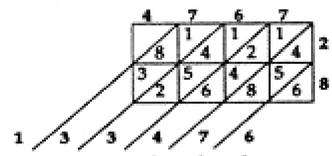
428 x 26 = 11128

5.



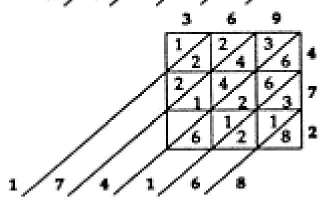
2348 x 34 = 79832

6.



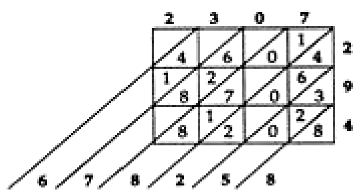
4767 x 28 = 133476

7.



369 x 472 = 174168

8.



2307 x 294 = 678258

0177 Κομματιάζοντας ένα τρίγωνο

Το εμβαδόν ενός τριγώνου ισούται με $\frac{1}{2} \times$ βάση $\times$ ύψος.

Επομένως, αν δύο τρίγωνα έχουν την ίδια βάση και το ίδιο ύψος, θα πρέπει να έχουν και το ίδιο εμβαδόν.

0179 Τέσσερα τεσσάρια

Χρήσιμες υποδείξεις

- $4 : 0{,}4 = 10$
- $4! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 24$
- $4 : 0{,}\dot{4} \approx 9$

Ακολουθεί μια απάντηση για κάθε αριθμό από το 1 ως το 20. Είναι πιθανό οι δικές σου απαντήσεις να διαφέρουν.

$(4-4) + (4:4)$	=	1	$\frac{4}{0{,}4} + \frac{4}{4}$	=	4
$(0{,}4 \times \sqrt{4} \times \sqrt{4}) + 0{,}4$	=	2	$(4 \times 4) - (\sqrt{4} \times \sqrt{4})$	=	12
$\sqrt{4} + \sqrt{4} - (4:4)$	=	3	$(4! : \sqrt{4}) + \frac{4}{4}$	=	13
$\sqrt{(4 \times 4 \times 4 : 4)}$	=	4	$4 + 4 + 4 + \sqrt{4}$	=	14
$\sqrt{(4 \times 4)} + \frac{4}{4}$	=	5	$(4 \times 4) - \frac{4}{4}$	=	15
$(4 \times 4 : \sqrt{4}) - \sqrt{4}$	=	6	$\frac{4 \times 4 \times 4}{4}$	=	16
$4 + 4 - \frac{4}{4}$	=	7	$(4 \times 4) + \frac{4}{4}$	=	17
$(4 \times 4) - (4 + 4)$	=	8	$(4 \times 4) + (4 - \sqrt{4})$	=	18
$4 + 4 + \frac{4}{4}$	=	9	$4! - 4 - \frac{4}{4}$	=	19
$(4 \times 4) - (4 + \sqrt{4})$	=	10	$(4 \times 4) + (\sqrt{4} + \sqrt{4})$	=	20

0181 Ο Άλκης, ο Μιχάλης ή η Λίνα;

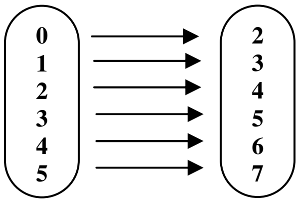
Ο Μιχάλης είχε δίκιο γιατί ο κανόνας «προσθέτω τρία» ισχύει πάντα:

$$\mathbf{3} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{6}$$
$$\mathbf{7} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{10}$$
$$\mathbf{1} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{4}$$
$$\mathbf{4} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{7}$$
$$\mathbf{5} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{8}$$
$$2\,\_ \xrightarrow{\mathbf{+3}} 5\,\_$$
$$\mathbf{26} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{29}$$
$$\mathbf{0} \xrightarrow{\mathbf{+3}} \mathbf{3}$$

1. Να προσθέσεις δέκα.
2. Να πολλαπλασιάσεις με το έξι.
3. Να πολλαπλασιάσεις τον αριθμό με τον εαυτό του.
4. Να αφαιρέσεις τρία.
5. Να διπλασιάσεις και στη συνέχεια να προσθέσεις τρία.
6. Να διαιρέσεις με το πέντε και να βρεις το υπόλοιπο.

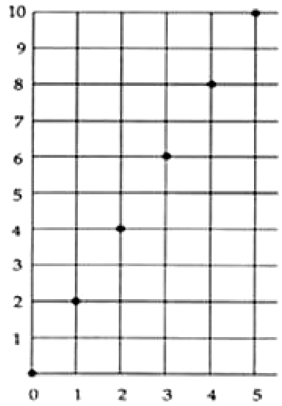
0182 Από απεικονίσεις σε γραφικές παραστάσεις

« Προσθέτω δύο»

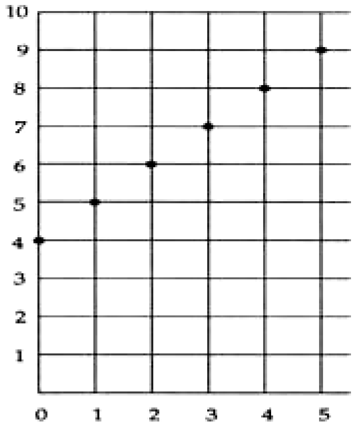


(0, 2)
(1, 3)
(2, 4)
(3, 5)
(4, 6)
(5, 7)

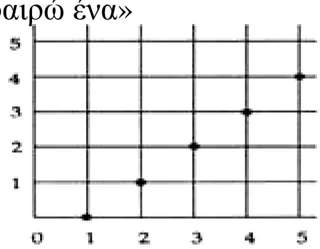
1. «Διπλασιάζω»



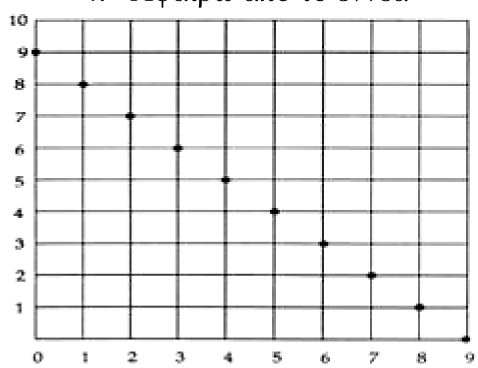
2. «Προσθέτω τέσσερα»



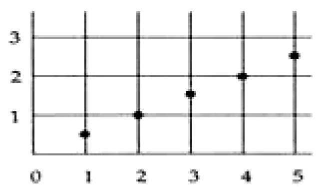
3. «Αφαιρώ ένα»



4. «Αφαιρώ από το εννέα»



5. « Διαιρώ με το 2»



0183 Γραφικές παραστάσεις και απεικονίσεις

(2, 0)	2	→	0
(3, 1)	3	→	1
(4, 2)	4	→	2
(5, 3)	5	→	3
(6, 4)	6	→	4
(7, 5)	7	→	5
(8, 6)	8	→	6

1.

(0, 1)	0	→	1
(1, 2)	1	→	2
(2, 3)	2	→	3
(3, 4)	3	→	4
(4, 5)	4	→	5
(5, 6)	5	→	6
(6, 7)	6	→	7
(7, 8)	7	→	8
(8, 9)	8	→	9
(9, 10)	9	→	10

Ο κανόνας είναι «να προσθέσεις ένα».

2.

(1, 2)	1	→	2
(2, 4)	2	→	4
(3, 6)	3	→	6
(4, 8)	4	→	8
(5, 10)	5	→	10

Ο κανόνας είναι «να διπλασιάσεις».

3.

(1, 1)	1	→	1
(2, 2)	2	→	2
(3, 3)	3	→	3
(4, 4)	4	→	4
(5, 5)	5	→	5
(6, 6)	6	→	6
(7, 7)	7	→	7
(8, 8)	8	→	8
(9, 9)	9	→	9
(10, 10)	10	→	10

Ο κανόνας είναι «να μην αλλάξεις τίποτα».

4

(2, 1)	2	→	1
(3, 3)	3	→	3
(4, 5)	4	→	5
(5, 7)	5	→	7
(6, 9)	6	→	9

Ο κανόνας είναι «να διπλασιάσεις και να αφαιρέσεις τρία».

5.

(0, 4)	0	→	4
(2, 5)	2	→	5
(4, 6)	4	→	6
(6, 7)	6	→	7
(8, 8)	8	→	8
(10, 9)	10	→	9

Ο κανόνας είναι «να διαιρέσεις με το δύο και να προσθέσεις τέσσερα».

6.

(0, 7)	0	→	7
(1, 6)	1	→	6
(2, 5)	2	→	5
(3, 4)	3	→	4
(4, 3)	4	→	3
(5, 2)	5	→	2
(6, 1)	6	→	1
(7, 0)	7	→	0

Ο κανόνας είναι «να αφαιρέσεις από το επτά».

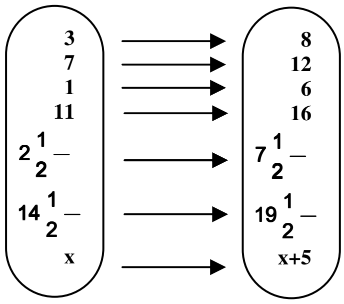
- Είναι όλες οι γραφικές σου παραστάσεις ευθείες γραμμές;
- Ποιοι κανόνες δημιούργησαν ευθείες μεγαλύτερης κλίσης;
- Αν υπήρξαν κάποιες γραφικές παραστάσεις για τις οποίες ήταν πολύ δύσκολο να βρεις τον κανόνα, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου.

0185 Ποιο είναι μεγαλύτερο;

- Η Τζαμάικα είναι μεγαλύτερη.
- Ποιες είναι οι άλλες δύο χώρες που επέλεξες;

0187 x για τσάι

Πρόσθεσε πέντε



1. $x \rightarrow x + 7$
2. $x \rightarrow 4x$
3. $x \rightarrow \frac{x}{9}$
4. $x \rightarrow 6 - x$
5. $x \rightarrow 3x - 4$
6. Να αφαιρέσεις επτά.
   $x \rightarrow x - 7$
7. Να πολλαπλασιάσεις με το πέντε.
   $x \rightarrow 5x$
8. Να διπλασιάσεις και να αφαιρέσεις ένα.
   $x \rightarrow 2x - 1$
9. Να διαιρέσεις με το τρία.
10. $x \rightarrow \frac{x}{3}$
11. Να αφαιρέσεις από το δεκατρία.
    $x \rightarrow 13 - x$
12. Να υψώσεις στο τετράγωνο. (Να πολλαπλασιάσεις με τον εαυτό του.)
    $x \rightarrow x^2$

0188 Ας ελέγξουμε τον Πυθαγόρα

1. α) 81τ.εκ.
   β) 144τ.εκ.
   γ) 222τ.εκ.
   δ) Ναι
2. Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 13εκ.
   α) 169τ.εκ.
3. β) Τα τετράγωνα στις άλλες δύο πλευρές του τριγώνου έχουν εμβαδόν 25τ.εκ. και 144τ.εκ. αντιστοίχως. Αν προσθέσουμε το εμβαδόν των τετραγώνων, το άθροισμα που προκύπτει είναι 169τ.εκ.
4. γ) Ναι
5. Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 10εκ.
6. α) 100τ.εκ.
7. β) Τα τετράγωνα των άλλων δύο πλευρών του τριγώνου έχουν εμβαδόν 36τ.εκ. και 64τ.εκ. αντιστοίχως. Αν τα προσθέσουμε, το άθροισμα που προκύπτει είναι 100τ.εκ.
8. γ) Ναι
9. α) 9τ.εκ. και 16τ.εκ.
10. β) 25τ.εκ. (9τ.εκ. + 16τ.εκ.= 25τ.εκ.)
11. γ) 5εκ. (25τ.εκ. = 5εκ × 5εκ)
12. δ) Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 5εκ, αν τη σχεδιάσεις με ακρίβεια.
13. α) Η υποτείνουσα είναι 20εκ. γιατί: 12 × 12 = 144
14. 16 × 16 = 256
15. 144 + 256 = 400 =20 × 20
16. β) Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 20εκ., αν τη σχεδιάσεις με ακρίβεια.
17. α) 676τ.εκ. (26εκ × 26εκ)
18. β) 576τ.εκ. (24εκ × 24εκ)
19. γ) 100τ.εκ. (676τ.εκ. – 576τ.εκ.)
20. δ) 10εκ (100τ.εκ. = 10εκ × 10εκ)

0189 Αναζητώντας ορθές γωνίες

1. Το τρίγωνο α είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο β είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο γ δεν είναι ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο δ είναι ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο ε είναι ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο στ δεν είναι ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο ζ είναι ορθογώνιο τρίγωνο.
Το τρίγωνο η δεν είναι ορθογώνιο τρίγωνο.

2.
Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Πυθαγόρα για να ελέγξεις αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο, **θα πρέπει** το τετράγωνο της υποτείνουσας (της μεγαλύτερης πλευράς) να ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών.

	Τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς	Άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών	Ορθογώνιο τρίγωνο;
Τρίγωνο **α**	$25 \times 25 = 625$	$(20 \times 20) + (15 \times 15)$ $=400 + 225 = 625$	Ναι $625 = 625$
Τρίγωνο **β**	$15 \times 15 = 225$	$(12 \times 12) + (9 \times 9) =$ $144 + 81 = 225$	Ναι $225 = 225$
Τρίγωνο **γ**	$12 \times 12 = 144$	$(9 \times 9) + (7 \times 7) =$ $81 + 49 = 130$	Όχι $144 \neq 130$
Τρίγωνο **δ**	$10 \times 10 = 100$	$(8 \times 8) + (6 \times 6) =$ $64 + 36 = 100$	Ναι $100 = 100$
Τρίγωνο **ε**	$13 \times 13 = 169$	$(12 \times 12) + (5 \times 5) =$ $144 + 25 = 169$	Ναι $169 = 169$
Τρίγωνο **στ**	$7 \times 7 = 49$	$(5 \times 5) + (3 \times 3) =$ $25 + 9 = 34$	Όχι $49 \neq 34$
Τρίγωνο **ζ**	$5 \times 5 = 25$	$(4 \times 4) + (3 \times 3) =$ $16 + 9 = 25$	Ναι $25 = 25$
Τρίγωνο **η**	$3 \times 3 = 9$	$(2 \times 2) + (2 \times 2) =$ $4 + 4 = 8$	Όχι $9 \neq 8$

- Το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών στα τρίγωνα α, β, δ, ε και ζ. Αυτό σημαίνει ότι αυτά τα τρίγωνα είναι ορθογώνια, ενώ τα άλλα δεν είναι.

0190 Χρησιμοποιώντας το Πυθαγόρειο θεώρημα

1.
   - Τα μεγέθη των τετραγώνων, τα οποία θα μπορούσαν να σχεδιαστούν πάνω στις δύο μικρότερες πλευρές είναι 36 τ.εκ. και 64 τ.εκ.
   - Αν προστεθούν μαζί, δίνουν άθροισμα 100 τ.εκ.
   - Επομένως, το τετράγωνο πάνω στην υποτείνουσα πρέπει να είναι 100 τ.εκ.
   - Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 10 εκ.
2. Η υποτείνουσα πρέπει να έχει μήκος 10 εκ, αν το τρίγωνό σου σχεδιάστηκε με ακρίβεια.
3. α)
   - $(5εκ)^2 + (12εκ)^2 =$
   - 25τ.εκ. + 144τ.εκ. = 169τ.εκ.
   - Επομένως, το τετράγωνο στην υποτείνουσα πρέπει να είναι 169τ.εκ.
   - Η υποτείνουσα ισούται με την τετραγωνική ρίζα του 169 ($\sqrt{169}$), η οποία είναι 13εκ.

   β)
   - $(6εκ)^2 + (12εκ)^2 =$
   - 81τ.εκ. + 144τ.εκ. = 225τ.εκ.
   - Επομένως, το τετράγωνο στην υποτείνουσα πρέπει να είναι 225τ.εκ.
   - Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 15εκ.

   γ)
   - $(30εκ)^2 + (40εκ)^2 =$
   - 900τ.εκ. + 1600τ.εκ. = 2500τ.εκ.
   - Επομένως, το τετράγωνο στην υποτείνουσα πρέπει να είναι 2500τ.εκ.
   - Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 50εκ.

Τηλεγραφικός στύλος
- $(3μ)^2 + (4μ)^2 =$
- 9 τ.μ + 16 τ.μ. = 25 τ.μ.
- Επομένως, το τετράγωνο στην υποτείνουσα πρέπει να είναι $25μ^2$.
- Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 5μ.

Δέντρο
- $(10μ)^2 + (24μ)^2 =$
- 100 τ.μ. + 576 τ.μ. = 676 τ.μ.
- Επομένως, το τετράγωνο στην υποτείνουσα πρέπει να είναι 676 τ.μ.
- Η υποτείνουσα πρέπει να είναι 26μ.

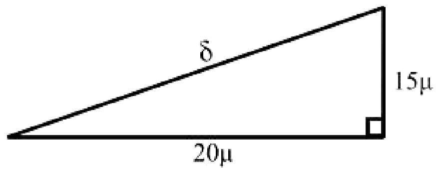
<u>0191 Προβλήματα με βάση το Πυθαγόρειο θεώρημα</u>

1. Το θεώρημα του Πυθαγόρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα.
2. $12^2 + 16^2 =$
   $144 + 256 = 400$
   Η υποτείνουσα είναι 20 γιατί $\sqrt{400} = 20$.
3.

$x^2 = 12^2 + 9^2$	$y^2 = 12^2 + 5^2$	$50^2 = 40^2 + z^2$
$x^2 = 144 + 81$	$y^2 = 144 + 25$	$2500 = 1600 + z^2$
$x^2 = 225$	$y^2 = 169$	$2500 - 1600 = z^2$
$x = 15$	$y = 13$	$900 = z^2$
		$30 = z$

4. Ας υποθέσουμε ότι η απόσταση από τη μια γωνία του χολ ως την άλλη γωνία είναι δ. Επομένως, δ είναι η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου.

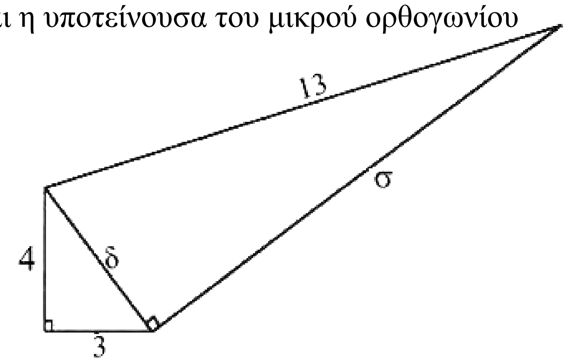
   $\delta^2 = 225 + 400$
   $\delta^2 = 625$
   $\delta = 25\mu$



   Η απόσταση που διανύει κάποιος περπατώντας από άκρη σε άκρη το χολ είναι 25μ + 15μ = 35μ. Επομένως, καλύπτει 10μ. λιγότερο περπατώντας κατά μήκος της διαγωνίου (υποτείνουσας) του χολ.
5. Οι παρακάτω είναι τέλειοι συνδυασμοί, π.χ. είναι ορθογώνια τρίγωνα.

Συνδυασμός α	6, 8, 10	επειδή	$6^2 + 8^2 = 10^2$
			$36 + 64 = 100$
Συνδυασμός στ	10, 24, 26	επειδή	$10^2 + 24^2 = 26^2$
			$100 + 576 = 676$
Συνδυασμός ζ	18, 24, 30	επειδή	$18^2 + 24^2 = 30^2$
			$324 + 576 = 900$
Συνδυασμός γ	15, 36, 39	επειδή	$15^2 + 36^2 = 39^2$
			$225 + 1296 = 1521$
Συνδυασμός η	7, 24, 25	επειδή	$7^2 + 24^2 = 25^2$
			$49 + 576 = 625$
Συνδυασμός δ	15, 20, 25	επειδή	$15^2 + 20^2 = 25^2$
			$225 + 400 = 625$
Συνδυασμός ε	21, 28, 35	επειδή	$21^2 + 28^2 = 35^2$
			$441 + 784 = 1225$

6.
   - Ας υποθέσουμε ότι δ είναι η υποτείνουσα του μικρού ορθογωνίου τριγώνου.
     $\delta^2 = 4^2 + 3^2$
     $\delta^2 = 16 + 9$
     $\delta = 5$
   - Στο μεγαλύτερο τρίγωνο
     $\delta^2 + \sigma^2 = 13^2$
     $25 + \sigma^2 = 169$
     $\sigma^2 = 169 - 25$
     $\sigma^2 = 144$
     $\sigma = 12$, επειδή $\sqrt{144} = 12$.



0211 Μεσοκάθετος

3. Οι μεσοκάθετοι των 3 πλευρών ενός τριγώνου θα πρέπει να τέμνονται σε ένα σημείο κάθε φορά.

0212 Διχοτόμος γωνίας

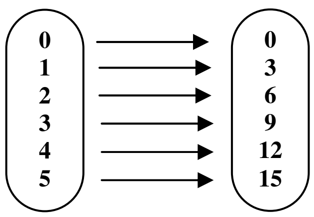
8. Οι διχοτόμοι των 3 γωνιών κάθε τριγώνου θα πρέπει να τέμνονται σε ένα σημείο κάθε φορά.

0213 Ο περιγεγραμμένος κύκλος

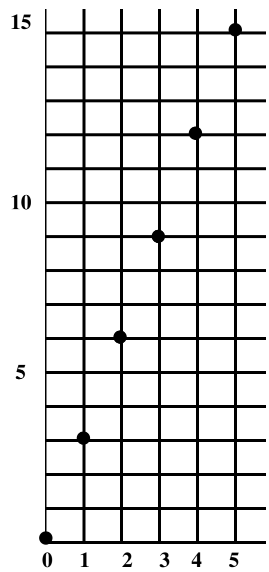
- Το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου θα βρίσκεται μέσα σε ένα οξυγώνιο τρίγωνο.
- Το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου θα βρίσκεται εκτός ενός αμβλυγώνιου τριγώνου.
- Το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου θα βρίσκεται στην υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου. Επομένως, η γωνία που έχει κορυφή οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας του κύκλου και οι πλευρές της διέρχονται από τα άκρα μιας διαμέτρου του κύκλου θα είναι πάντα 90º.

0214 Χρησιμοποιώντας ένα χάρακα

1. Το στυλό έχει μήκος 13 εκ. 2. Το καρφί έχει μήκος 5 εκ.
3. Το σπίρτο έχει μήκος 4 εκ. 4. Το επάνω μέρος της κάρτας έχει μήκος 21 εκ.
5. Η πλευρά της κάρτας έχει μήκος $29\frac{1}{2}$ εκ.
6. Να δείξεις τις μετρήσεις σου στο δάσκαλό σου.



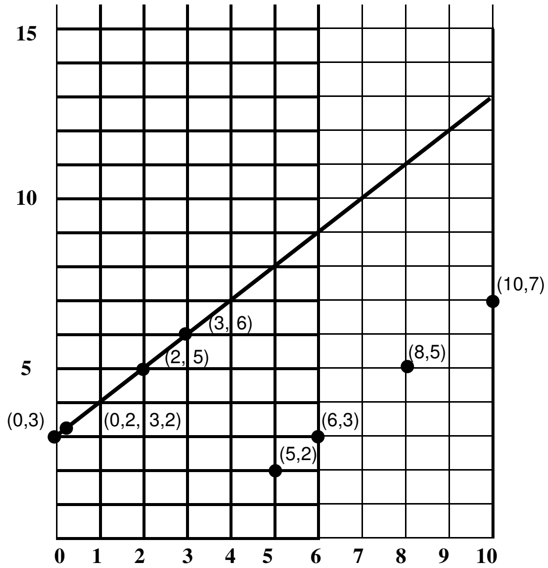
(0, 0)
(1, 3)
(2, 6)
(3, 9)
(4, 12)
(5, 15)



$$\left(\frac{1}{2},1\frac{1}{2}\right)\ \left(1\frac{1}{4},3\frac{2}{4}\right)\ \left(4\frac{1}{2},13\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(2\frac{1}{2},7\frac{1}{2}\right)\ \left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right)\ \left(4\frac{1}{4},12\frac{1}{4}\right)$$

0215 Χαράζουμε την ευθεία



«Πολλαπλασίασε επί τρία»

- Τα σημεία με αυτές τις συντεταγμένες βρίσκονται επάνω στην ίδια ευθεία γραμμή.
- Οι δικές σου συντεταγμένες πρέπει να προέρχονται από τον κανόνα «πολλαπλασίασε με το τρία».

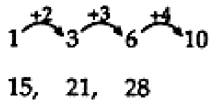
Τα παρακάτω σημεία βρίσκονται στην παραπάνω γραφική παράσταση:

(3,6) (2,5) (0,3) (0,2 , 3,2)

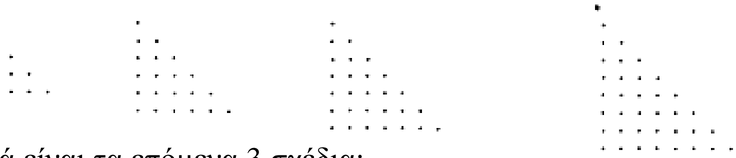
- Για τα συγκεκριμένα σημεία ισχύει ο κανόνας «πρόσθεσε τρία».

0220 Τριγωνικοί αριθμοί 1

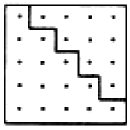
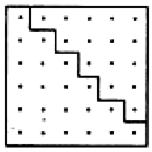
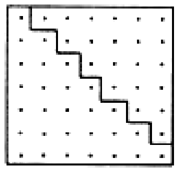
1. (α) 1, 3, 6, 10
   (β) Οι τριγωνικοί αριθμοί σχηματίζονται όπως παρακάτω:

   γ) 

2. Αυτά είναι τα επόμενα 4 σχέδια:



3. Αυτά είναι τα επόμενα 3 σχέδια:

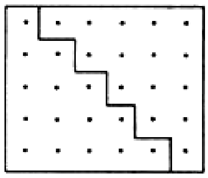
4ος και 5ος 5ος και 6ος 6ος και 7ος

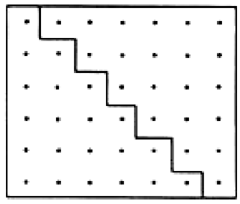
4.
(α) Άθροισμα του $1^{ου}$ και του $2^{ου}$ τριγωνικού αριθμού=4=2×2=2^2
(β) Άθροισμα του $2^{ου}$ και του $3^{ου}$ τριγωνικού αριθμού=9=3×3=3^2
(γ) Άθροισμα του $3^{ου}$ και του $4^{ου}$ τριγωνικού αριθμού=16=4×4=4^2
(δ) Άθροισμα του $9^{ου}$ και του 10ου τριγωνικού αριθμού=100=10Χ10=10^2

5. Αν προσθέσεις δύο διαδοχικούς τριγωνικούς αριθμούς, θα σχηματίσεις έναν τετράγωνο αριθμό.
$1^{ος}$ τριγωνικός αριθμός +$2^{ος}$ τριγωνικός αριθμός = $2^{ος}$ τετράγωνος αριθμός
$2^{ος}$ τριγωνικός αριθμός +$3^{ος}$ τριγωνικός αριθμός = $3^{ος}$ τετράγωνος αριθμός
$3^{ος}$ τριγωνικός αριθμός+$4^{ος}$ τριγωνικός αριθμός =$4^{ος}$ τετράγωνος αριθμός

<u>0221 Τριγωνικοί αριθμοί 2</u>

1. Τα επόμενα δύο σχέδια είναι:





(α) Ο 1ος τριγωνικός αριθμός είναι $\frac{1}{2}(1\times2) = 1$

(β) Ο 2ος τριγωνικός αριθμός είναι $\frac{1}{2}(2\times3) = 3$

(γ) Ο 3ος τριγωνικός αριθμός είναι $\frac{1}{2}(3\times4) = 6$

(δ) Ο 4ος τριγωνικός αριθμός είναι $\frac{1}{2}(4\times5) = 10$

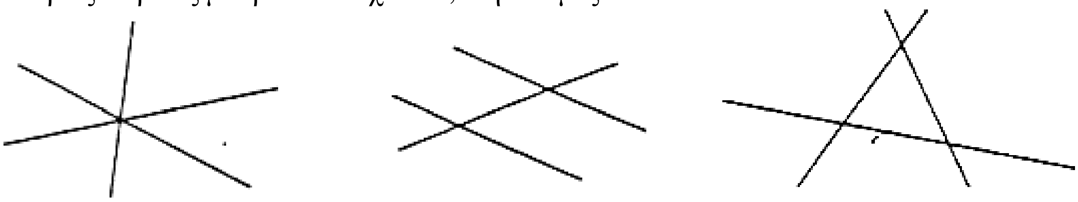
(ε) Ο 5ος τριγωνικός αριθμός είναι $\frac{1}{2}(5\times6) = 15$

(ζ) Ο 10ος τριγωνικός αριθμός είναι $\frac{1}{2}(10\times11) = 55$

Οι απαντήσεις θα πρέπει να συμφωνούν με τις απαντήσεις που έδωσες στην κάρτα *Τριγωνικοί αριθμοί 1.*

0222 Τριγωνικοί αριθμοί 3

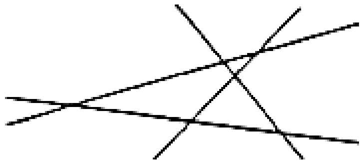
1. Τρεις λωρίδες μπορούν να έχουν 1, 2 ή 3 τομές.



1 τομή 2 τομές 3 τομές

- Ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός τομών που μπορείς να πάρεις για 3 λωρίδες είναι 3.

2. Ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός τομών που μπορείς να πάρεις για 4 λωρίδες είναι 6.



3.

Αριθμός λωρίδων		Μεγαλύτερος δυνατός αριθμός τομών
1	→	0
2	→	1
3	→	3
4	→	6
5	→	10
6	→	15
7	→	21

4.
- Οι αριθμοί της δεύτερης στήλης είναι οι τριγωνικοί αριθμοί.
- Οι αριθμοί στην πρώτη στήλη αυξάνονται ανά έναν κάθε φορά.

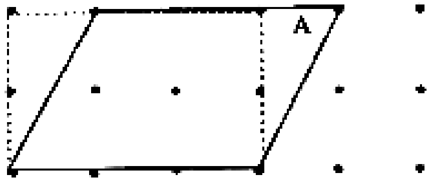
0224 Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου

Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου που έχει σχεδιαστεί είναι 6 τετραγωνικές μονάδες.
Να ελέγξεις τα αποτελέσματα στον πίνακά σου χρησιμοποιώντας τον τύπο:

Εμβαδόν παραλληλογράμμου = βάση × ύψος

1. 24εκ^2
2. 14εκ^2
3. 45εκ^2
4. 24εκ^2
5. 35εκ^2

0226 Παραμορφώνοντας παραλληλόγραμμα



Το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι το ίδιο με το εμβαδόν του πλάγιου παραλληλογράμμου γιατί όταν σχηματίζουμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αφαιρούμε το τρίγωνο Α και προσθέτουμε ένα πανομοιότυπο τρίγωνο στην απέναντι πλευρά.

1. Αν σχεδιάσουμε ένα ορθογώνιο που έχει την ίδια βάση και το ίδιο ύψος με το πλάγιο παραλληλόγραμμο, τότε τα δύο σχήματα θα έχουν το ίδιο εμβαδόν.
2. Για να βρούμε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου υπολογίζουμε το γινόμενο βάση × ύψος.
3. Επίσης, για να βρούμε το εμβαδόν ενός πλάγιου παραλληλογράμμου υπολογίζουμε το γινόμενο βάση × ύψος.

	Βάση εκ	Ύψος εκ	Εμβαδόν τ.εκ.
a	3	6	18
b	7	2	14
c	2	4	8
d	6	4,5	27
e	2	5	10

0228 Από το παραλληλόγραμμο στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

7. Α Ύψος = 5εκ
   Βάση = 4εκ
   Εμβαδόν = 20τ.εκ.
8. Β Ύψος = 5εκ
   Βάση = 4εκ
   Εμβαδόν = 20τ.εκ.
9. Α Ύψος = 3εκ
   Βάση = 5εκ
   Εμβαδόν = 15τ.εκ.
   Β Ύψος = 3εκ
   Βάση = 5εκ
   Εμβαδόν = 15τ.εκ.
10. Αν ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο και ένα ορθογώνιο έχουν το ίδιο ύψος και την ίδια βάση, τότε έχουν και το ίδιο εμβαδόν.

0229 Παραμορφώνοντας ένα ορθογώνιο

- Το ύψος των βιβλίων θα είναι το ίδιο.
- Το εμβαδόν των βιβλίων θα είναι το ίδιο.

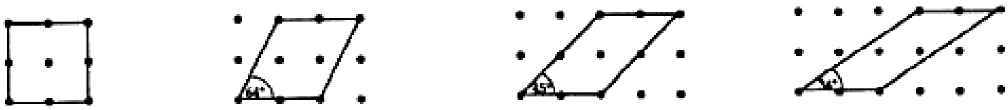
Αυτό ισχύει για όλες τις κλίσεις ορθογωνίων γιατί:

Εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου:	βάση × ύψος
Εμβαδόν πλάγιου παραλληλογράμμου:	βάση × ύψος

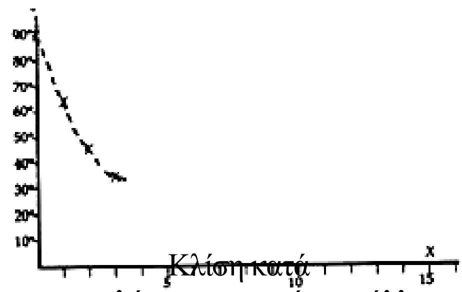
Επειδή η βάση δεν μετακινείται και το ύψος παραμένει το ίδιο, το εμβαδόν θα πρέπει να είναι το ίδιο.

- Είναι ενδιαφέρον να μελετήσουμε πώς μεταβάλλεται η γωνία κάθε φορά σε σχέση με την κλίση και να αποτυπώσουμε αυτές τις πληροφορίες σε μια γραφική παράσταση.

Για παράδειγμα: με βάση = 2εκ και ύψος = 2εκ



Κλίση κατά	0	1	2	3	…. 15
Ύψος	2	2	2	2	…. 2
Γωνία	90	64	45	34	…. 4,2

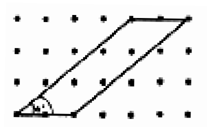


Τι θα συνέβαινε αν απεικόνιζες σε γραφική παράσταση τα αποτελέσματα για κάποιο άλλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο; Θα έμοιαζε η γραφική παράσταση;

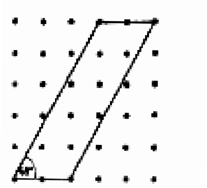
- Επίσης, είναι ενδιαφέρον να εξετάσουμε το λόγο *ύψος : κλίση* σε διαφορετικά ορθογώνια παραλληλόγραμμα και να καταχωρήσουμε τα αποτελέσματα σε πίνακα.

Για παράδειγμα:

$$\frac{\text{ύψος}}{\text{κλίση}} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$



$$\frac{\text{ύψος}}{\text{κλίση}} = \frac{5}{3} = 1{,}67$$



	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3				0,75				
4								
5			1,67					
6								
7								
8								

Μπορείς να διακρίνεις κάποιον στον πίνακά σου;

Ο λόγος $\frac{\text{ύψος}}{\text{κλίση}}$ δίνει την εφαπτομένη της γωνίας της κλίσης.

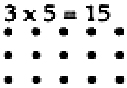
Να συγκρίνεις τα αποτελέσματά σου με αυτά που προκύπτουν όταν χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο της «εφαπτομένης» στο κομπιουτεράκι σου.

0232 Εγγεγραμμένος κύκλος

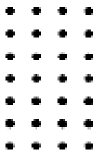
6. Θα πρέπει να βρεις ότι γωνία α = γωνία β
   γωνία γ = γωνία δ
   γωνία ε = γωνία ζ
7. Οι ευθείες είναι διχοτόμοι γωνιών.
   Οι διχοτόμοι είναι ευθείες που χωρίζουν τη γωνία σε δύο ίσα μεταξύ τους μέρη.
8. Θα πρέπει να βρεις ότι οι διχοτόμοι των γωνιών ενός τριγώνου τέμνονται στο κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου.

0233 Ορθογώνιοι αριθμοί

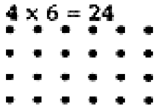
1. 2 x 3 = 6.
2. 2 x 6 = 12.
3. 3 x 4 = 12.
4. 3 x 5 = 15



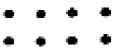
5. 7 x 4 = 28



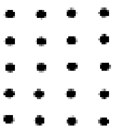
6. 4 x 6 = 24



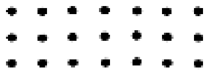
7. 2 x 4 = 8



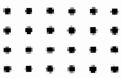
8. 5 x 4 = 20



9. 3 x 7 = 21

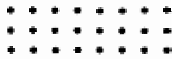


10. 4 x 6 = 24

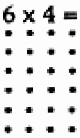


2 x 12 = 24

3 x 8 = 24

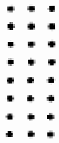


6 x 4 = 24

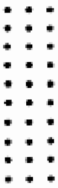


12 x 2 = 24

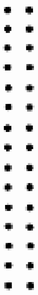
8 x 3 = 24



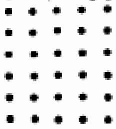
11. 10 x 3 = 30



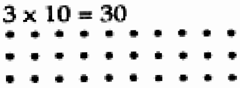
15 x 2 = 30



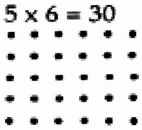
6 x 5 = 30



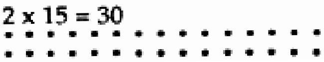
3 x 10 = 30



5 x 6 = 30



2 x 15 = 30



0235 Οι γωνίες ενός τριγώνου

Μάλλον δεν έχεις βρει **ακριβώς** 180° για κάθε τρίγωνο, ωστόσο το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι μεταξύ 178° και 182° μοιρών.

Είναι δύσκολο η ακρίβεια της απάντησής σου να είναι μίας μοίρας, εκτός αν χρησιμοποιείς ένα πολύ μυτερό μολύβι και έναν καλό μετρητή γωνιών ή ένα μοιρογνωμόνιο.

1. 44°+36°+100°=180°
2. 60°+40°+80°=180°
3. 57°+35°+88°=180°
4. 60°+50°+70°=180°
5. 73°+28°+79°=180°
6. 36°+72°+72°=180°
7. 108°+15°+57°=180°
8. 26°+90°+64°=180°
9. 124°+55°+1°=180°

0236 Προβλήματα τριγώνων

Με όποιον τρόπο και να υπολόγισες το εμβαδόν θα πρέπει να βρήκες το ίδιο αποτέλεσμα. Οι απαντήσεις σου μπορεί να μην είναι ακριβώς οι ίδιες αλλά δεν πρέπει να διαφέρουν πολύ μεταξύ τους. Ο χάρακάς σου συνήθως κάνει ακριβείς μετρήσεις με προσέγγιση χιλιοστού αλλά αυτό ίσως να μην είναι αρκετά ικανοποιητικό. Αν χρησιμοποίησες ένα μολύβι που δεν ήταν καλά ξυμένο, αυτό έκανε ακόμη δυσκολότερη την ακριβή μέτρηση.

1. α) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 3 \times 1{,}9 = 2{,}85$τ.εκ.

   β) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3{,}9 = 7{,}8$τ.εκ.

   γ) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$τ.εκ.

   δ) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 4 \times 1{,}9 = 3{,}8$τ.εκ.

   ε) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$τ.εκ.

   στ) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 4{,}9 \times 1{,}5 = 3{,}675$τ.εκ.

   ζ) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 5{,}6 \times 2 = 5{,}6$τ.εκ.

   η) Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 4{,}8 \times 1{,}9 = 4{,}56$τ.εκ.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεών σου μπορεί να είναι διαφορετικά, αν χρησιμοποιήσεις διαφορετική πλευρά ως βάση.

2. Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 3{,}9 \times 5$ ή Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 5{,}8 \times 3{,}3$ ή Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 5 \times$ 3,9

   = 9,75τ.εκ. = 9,57τ.εκ. = 9,75τ.εκ.

3. Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 7 \times 4$ ή Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 4{,}9 \times 5{,}7$ ή Εμβαδόν = $\frac{1}{2} \times 5{,}7 \times$ 4,9

   = 14τ.εκ. = 13,965τ.εκ. = 13,965τ.εκ.

0238 Το κέντρο μιας πόλης

1.

Εκκίνηση	Διαδρομή	Τέρμα
Συνεργείο αυτοκινήτων	ΑΝ	Εκκλησία
Κινηματογράφος	ΔΔΒ	Αγορά
Σταθμός	ΑΝΔ	Σχολείο
Αγορά	ΑΑΝΝ	Λουτρά
Σχολείο	ΑΒΔΒΔ	Αγορά

2. Υπάρχουν πολλές πιθανές διαδρομές κάθε φορά. Να βεβαιωθείς ότι κάποιος φίλος σου έχει ελέγξει τις απαντήσεις σου.

3.

Εκκίνηση	Διαδρομή	Τέρμα
Μπαρ	Α	Νοσοκομείο
Εκκλησία	Δ	Σχολείο
Συνεργείο αυτοκινήτων	ΑΔ	Πάρκιγκ
Νοσοκομείο	ΙΒΑ	Σταθμός
Νοσοκομείο	ΑΑΝ	Εκκλησία

0239 Τετράγωνο 5×5

- Ο αριθμός στη γωνία απέναντι από το αστέρι δηλώνει το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
- Το 9 θα πρέπει να εμφανίζεται σε αυτήν τη θέση.
- Ο κανόνας δίνει ένα τετράγωνο του πίνακα πολλαπλασιασμού.

1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
3	6	9	12	15
4	8	12	16	20
5	10	15	20	25

0241 Μυστικός κώδικας

1. MEET ME TODAY
2. CALL THE POLICE
3. THE GOLD IS BY THE TREE
4. GO TO THE HUT AT TEN
5. I AM NOW A CODE BREAKER GRADE ONE

0242 Παραβιάζοντας τον κώδικα

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

1. ΜΗ ΜΕ ΞΕΧΝΑΣ
2. ΡΑΝΤΕΒΟΥ ΤΟ ΒΡΑΔΥ
3. 6 | 12 | 2   19 | 20 | 16   17 | 2 | 18 | 11 | 16
4. 17 | 18 | 16 | 19 | 6 | 15 | 6   20 | 16 | 21 | 1   11 | 12 | 6 | 22 | 20 | 6 | 19

0244 Περισσότερη ταξινόμηση

1. Β
2. Α
3. Έξω
4. Έξω
5. Δ
6. Γ
7. Έξω
8. Δ

0245 Διαγράμματα του Venn

1. 5
2. 6
3. 2
4. 4
5. 6
6. Το σχήμα σου πρέπει να είναι οποιοδήποτε **μαύρο τρίγωνο**.
7. Το σχήμα σου πρέπει να είναι **οποιοδήποτε τρίγωνο που δεν είναι μαύρο**.
8. Το σχήμα σου πρέπει να είναι οποιοδήποτε **μαύρο** σχήμα που δεν **είναι τρίγωνο**.
9. Το σχήμα σου πρέπει να είναι οποιοδήποτε σχήμα που δεν είναι **ούτε μαύρο ούτε τρίγωνο.**

0248 Σχηματίζοντας τη δεκάδα

1.

10	+	0	=	10
9	+	1	=	10
8	+	2	=	10
7	+	3	=	10
6	+	4	=	10
5	+	5	=	10
4	+	6	=	10
3	+	7	=	10
2	+	8	=	10
1	+	9	=	10
0	+	10	=	10

Έντεκα διαφορετικοί τρόποι

2.

7	+	0	=	7
6	+	1	=	7
5	+	2	=	7
4	+	3	=	7
3	+	4	=	7
2	+	5	=	7
1	+	6	=	7
0	+	7	=	7

Οκτώ διαφορετικοί τρόποι

3. Να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου.

0249 Με πόσους τρόπους;

1.

1.	0	+	7	=	7
	1	+	6	=	7
	2	+	5	=	7
	3	+	4	=	7
	4	+	3	=	7
	5	+	2	=	7
	6	+	1	=	7
	7	+	0	=	7

Οκτώ τρόποι

2.	0	+	9	=	9
	1	+	8	=	9
	2	+	7	=	9
	3	+	6	=	9
	4	+	5	=	9
	5	+	4	=	9
	6	+	3	=	9
	7	+	2	=	9
	8	+	1	=	9
	9	+	0	=	9

Δέκα τρόποι

3.	0	+	15	=	15
	1	+	14	=	15
	2	+	13	=	15
	3	+	12	=	15
	4	+	11	=	15
	5	+	10	=	15
	6	+	9	=	15
	7	+	8	=	15
	8	+	7	=	15
	9	+	6	=	15
	10	+	5	=	15
	11	+	4	=	15
	12	+	3	=	15
	13	+	2	=	15
	14	+	1	=	15
	15	+	0	=	15

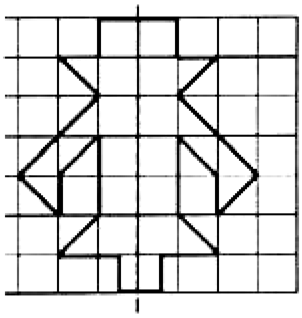
Δεκαέξι τρόποι

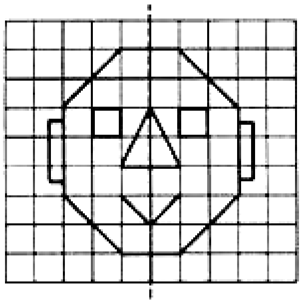
- Πρόσεξες ότι: i) 3+ 4 = 7 ii) 4+ 11 = 15
  και 4+ 3 = 7 και 11+ 4 = 15

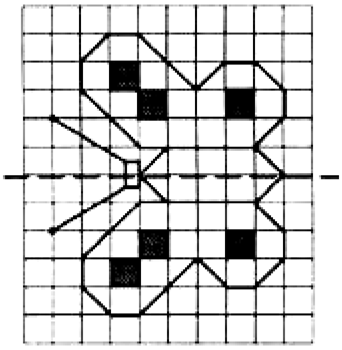
Επομένως, δεν έχει σημασία με ποια σειρά προσθέτεις δύο αριθμούς.
Αν έπρεπε να βρεις το άθροισμα 3 + 63, θα ήταν ευκολότερο να υπολογίσεις το άθροισμα 63 + 3.

- Οι τρόποι με τους οποίους μπορεί να προκύψει ένας αριθμός ως άθροισμα δύο άλλων είναι κατά έναν περισσότεροι από τον ίδιο τον αριθμό. Επομένως, υπάρχουν 24 τρόποι για να γράψεις τον αριθμό 23 ως άθροισμα δύο άλλων αριθμών.

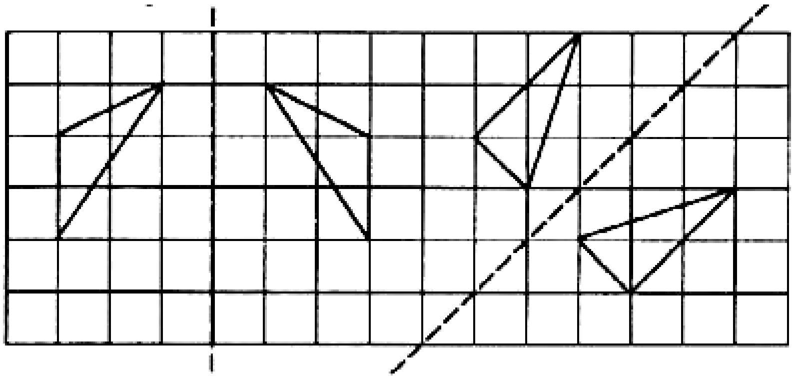
0251 Η συμμετρία με τον καθρέφτη



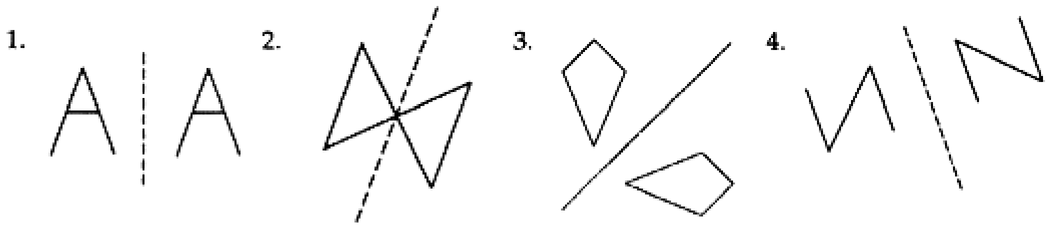


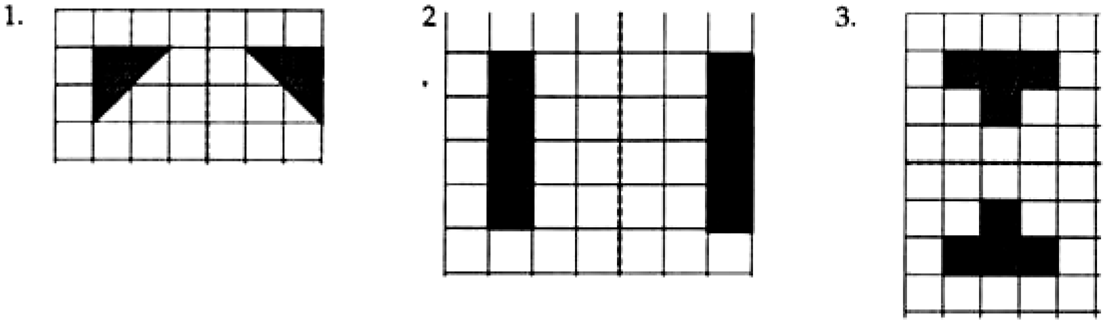


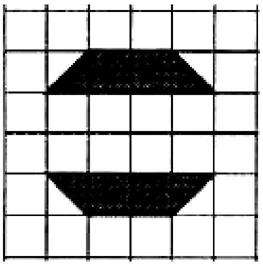
0255 Σημεία και τα είδωλά τους

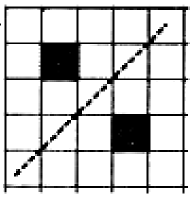


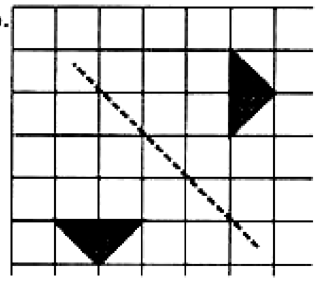
Οι διακεκομμένες γραμμές που σχηματίστηκαν ονομάζονται άξονες συμμετρίας.

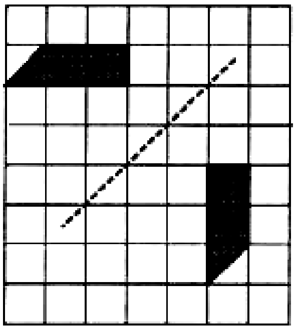


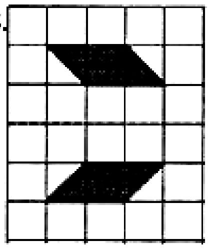


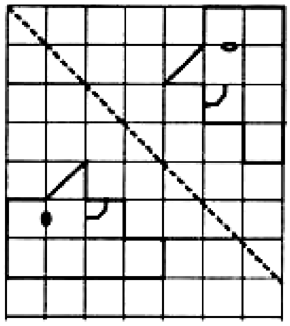
4.


5.


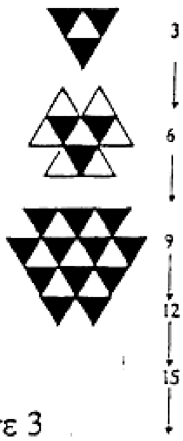
6.


7.


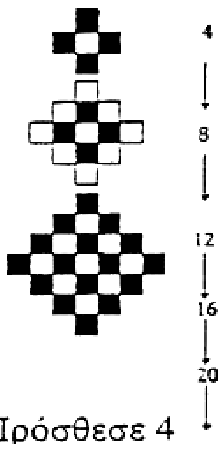
8.


9.


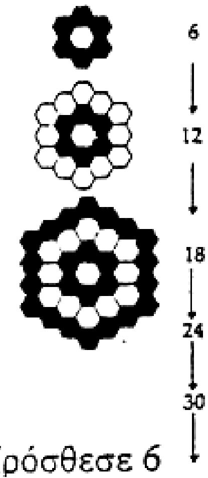
<u>0256 Σχήματα και αριθμοί</u>



Πρόσθεσε 3



Πρόσθεσε 4



Πρόσθεσε 6

0257 Μια αλλιώτικη πράξη 1: αστερίσκος

✱	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32
3	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49	54
5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65
6	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76
7	15	23	31	39	47	55	63	71	79	87
8	17	26	35	44	53	62	71	80	89	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109
10	21	32	43	54	65	76	87	98	109	120

Οι επόμενοι 3 αριθμοί σε κάθε σειρά είναι:

11	12	13
23	25	27
35	38	41
47	51	55
59	64	69
71	77	83
83	90	97
95	103	111
107	116	125
119	129	139
131	142	153

Οι αριθμοί κάθε σειράς και στήλης αυξάνονται κατά την ίδια ποσότητα.
Ο πίνακας είναι συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο.

- Στη σειρά 1 κάθε αριθμός αυξάνεται κατά 2
  Στη σειρά 2 κάθε αριθμός αυξάνεται κατά 3
  Στη σειρά 3 κάθε αριθμός αυξάνεται κατά 4 . . .

- Στη στήλη 1 κάθε αριθμός αυξάνεται κατά 2
  Στη στήλη 2 κάθε αριθμός αυξάνεται κατά 3 . . .

0258 Μια αλλιώτικη πράξη 2: αστερίσκος σε κύκλο

Η σειρά 1 αυξάνεται κατά 4, 6, 8, 10, 12
Η σειρά 2 αυξάνεται κατά 10, 14, 18, 22, 26

Η σειρά 3 αυξάνεται κατά 18, 24, 30, 36, 42
Η σειρά 4 αυξάνεται κατά 28, 36, 44, 52, 60
Η σειρά 5 αυξάνεται κατά 40, 50, 60, 70, 80
Η σειρά 6 αυξάνεται κατά 54, 66, 78, 90, 102

Ο ίδιος κανόνας ισχύει και στις στήλες.
Π.χ. η στήλη 1 αυξάνεται κατά 4, 6, 8, 10, 12

⊛	1	2	3	4	5	6
1	2	6	12	20	30	42
2	6	16	30	48	70	96
3	12	30	54	84	120	162
4	20	48	84	128	180	240
5	30	70	120	180	250	330
6	42	96	162	240	330	432

- Ο πίνακας είναι συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο.

Μπορείς να έχεις το **-1** στην πρώτη στήλη και στην πρώτη σειρά. Είναι επίσης σωστό.

⧆	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	1	2	3	4
3	1	1	3	5	7	9
4	1	2	5	8	11	14
5	1	3	7	11	15	19
6	1	4	9	14	19	24

0261 Συντεταγμένες 1

1.

- Ο βράχος είναι στο (4, 1)
- Το ναυάγιο είναι στο (4, 4)
- Ο θησαυρός είναι στο (1, 2)

2.

α) Η κινούμενη άμμος
β) Η σπηλιά
γ) Ο θησαυρός
δ) Το παρατηρητήριο
α) Ο βάλτος
β) Η λίμνη
γ) Το κάστρο είναι στο $(2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$

Να ζητήσεις από ένα φίλο σου να ελέγξει στο χάρτη τις θέσεις που έχεις σημειώσει.

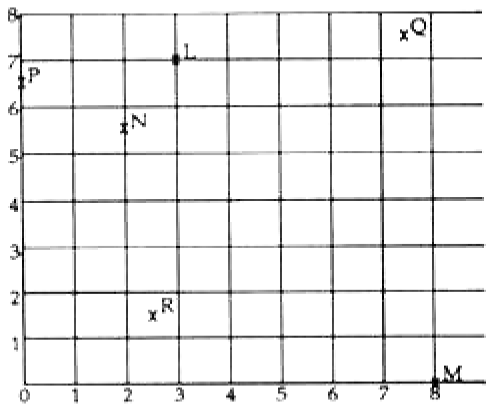
0262 Συντεταγμένες 2

1. Το (3,1) δεν είναι το ίδιο με το (1,3). Το (1,3) είναι οι συντεταγμένες του Α. Για να βρεις το (3,1), πήγαινε 3 μονάδες οριζόντια και 1 μονάδα κάθετα προς τα πάνω. Δεν θα φτάσεις στο Α.

2.

Το B βρίσκεται στο (4,4)	Το C βρίσκεται στο (6,4)	Το D βρίσκεται στο (5,8)	Το E βρίσκεται στο (7,3)	Το F βρίσκεται στο (6,0)
Το G βρίσκεται στο (0,0)	Το H βρίσκεται στο (0,4)	Το I βρίσκεται στο $(3, 2\frac{1}{2})$	Το J βρίσκεται στο $(4\frac{1}{2}, 6)$	Το K βρίσκεται στο $(4\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$

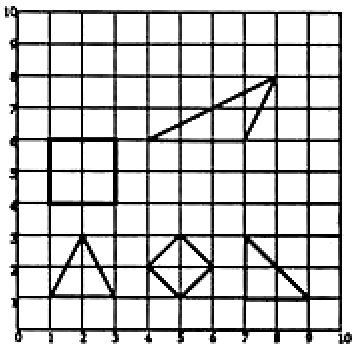
3.



0263 Συντεταγμένες 3

1.
(α) Η μύτη του Σάμμυ είναι στο (1,4)
(β) Η άκρη της ουράς του είναι στο (14,3)
(γ) Τα μάτια του είναι στο $(2,4\frac{1}{2})$
(δ) Η βάση του αυτιού του είναι στο $(2\frac{1}{2}, 4)$

2.



(α) Το σχήμα είναι ένα ισοσκελές τρίγωνο.
(β) Το σχήμα είναι ένα τετράγωνο.
(γ) Το σχήμα είναι ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο.
(δ) Το σχήμα είναι ένα τετράγωνο.
(ε) Το σχήμα είναι ένα τρίγωνο.

0265 Άρτιοι και περιττοί αριθμοί

α. 2 ζεύγη, άρα το 4 είναι άρτιος.
β. 3 ζεύγη και ένα πούλι, άρα το 7 είναι περιττός.
γ. Το 11 είναι περιττός.
δ. Το 23 είναι περιττός.
ε. Το 10 είναι άρτιος.
στ. Το 5 είναι περιττός.
ζ. Το 17 είναι περιττός.
η. Το 18 είναι άρτιος.
θ. Το 25 είναι περιττός.
ι. Το 14 είναι άρτιος.
κ. Το 3 είναι περιττός.
λ. Το 1 είναι περιττός.

0267 Γωνίες ενός πολυγώνου

1. $180° \times 2 = 360°$
Οι γωνίες ενός τετραπλεύρου έχουν άθροισμα 360°.

2. $180° \times 3 = 540°$
Οι γωνίες ενός πενταγώνου έχουν άθροισμα 540°.

3. $180° \times 4 = 720°$
Οι γωνίες ενός εξαγώνου έχουν άθροισμα 720°.
$180° \times 5 = 900°$
Οι γωνίες ενός επταγώνου έχουν άθροισμα 900°.
$180° \times 6 = 1080°$
Οι γωνίες ενός οκταγώνου έχουν άθροισμα 1080°.

4.

Σχήμα	Αριθμός εδρών	Αριθμός τριγώνων	Άθροισμα γωνιών
Τρίγωνο	3	1	180°
Τετράπλευρο	4	2	360°
Πεντάγωνο	5	3	540°
Εξάγωνο	6	4	720°
Επτάγωνο	7	5	900°
Οκτάγωνο	8	6	1080°
Δεκάγωνο	10	8	1440°

5. Για να βρεις το άθροισμα γωνιών οποιουδήποτε πολυγώνου, «βρες τον αριθμό των πλευρών, αφαίρεσε 2 και πολλαπλασίασε με το 180°».

0268 Εξωτερικές γωνίες πολυγώνων

Για όλα τα πολύγωνα, οι γωνίες θα πρέπει να ταιριάζουν όταν τις τοποθετήσουμε μαζί, για να φτιάξουν μια πλήρη περιστροφή ή μια γωνία 360°. Αν διατρέξεις την περίμετρο ενός πολυγώνου, θα στραφείς κατά μία γωνία που θα είναι ίση με το άθροισμα όλων των εξωτερικών γωνιών του πολυγώνου. Έτσι, θα κάνεις μία πλήρη περιστροφή 360°.

0269 Βρίσκω τις εξωτερικές γωνίες

α = 107º
β = 88º
γ = 78º
δ = 87º

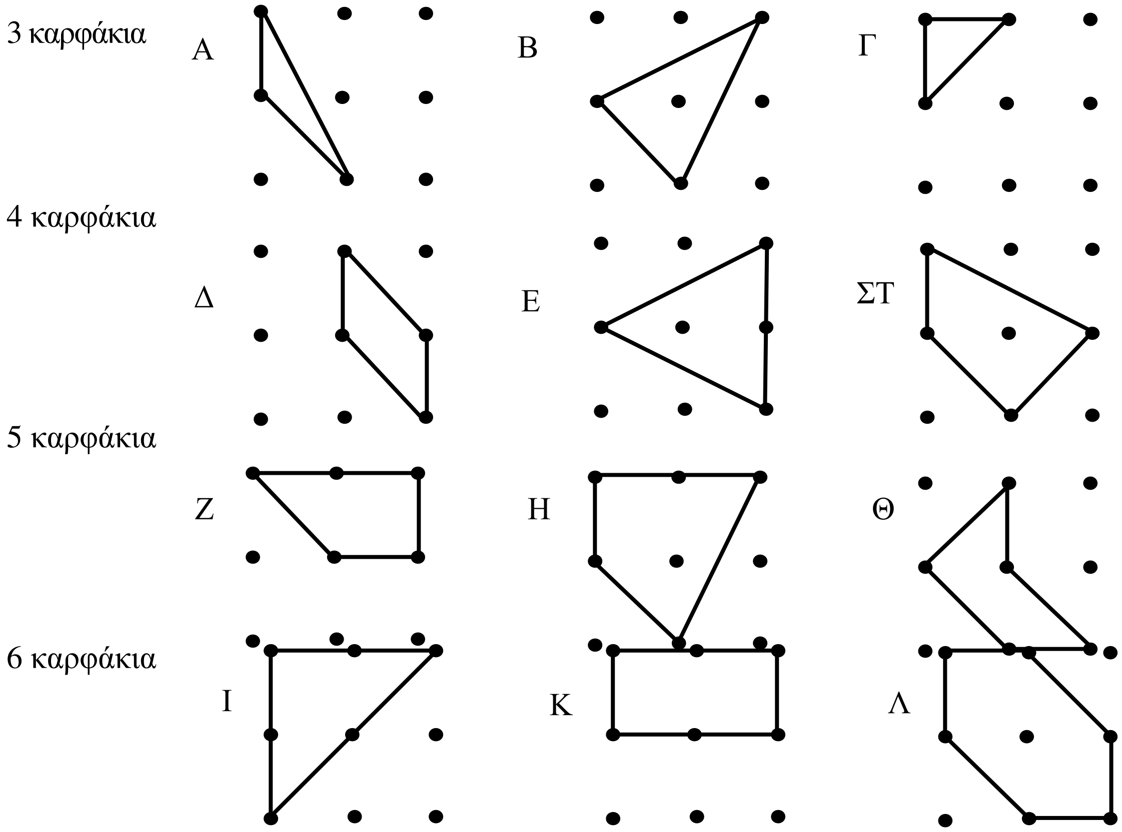
Σύνολο = 360º

- Στο καθένα από τα πολύγωνά σου το άθροισμα των γωνιών θα πρέπει να είναι 360º.

1. α = 124º
2. β = 110º
3. γ = 130º
4. δ = 60º
5. ε = 95º
6. ζ = 105º

<u>0271 Πινέζες και πολύγωνα</u>

Ακολουθούν μερικές από τις απαντήσεις.



Ταξινόμηση κατά σχήματα

Τρίγωνα = Α, Β, Γ, Ε, Ι
Τετράπλευρα = Δ, ΣΤ, Ζ, Η, Κ
Πεντάγωνα = Θ
Εξάγωνα = Λ

Άλλοι τρόποι ταξινόμησης των σχημάτων σου είναι:

- κανονικά και μη κανονικά σχήματα
- σχήματα που περιέχουν ορθές γωνίες και σχήματα που δεν περιέχουν ορθές γωνίες.

Αν έχεις ταξινομήσει τα σχήματα με διαφορετικό τρόπο, να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου.

<u>0273 Πόσο μακρύτερο;</u>

1. ΔΗ=4 εκ.
   ΓΕ= 3,5 εκ.
   Το ΔΗ είναι 0,5 εκ. μακρύτερο από το ΓΕ
   Το ΔΗ είναι 5 χιλ. μακρύτερο από το ΓΕ
2. ΕΖ= 1,5 εκ.
   ΖΗ= 1 εκ.
   Το ΕΖ είναι 0,5 εκ. μακρύτερο από το ΖΗ
   Το ΕΖ είναι 5 χιλ. μακρύτερο από ΖΗ
3. ΓΖ= 5 εκ.
   ΖΘ= 4 εκ.
   Το ΓΖ είναι 1 εκ. μακρύτερο από το ΖΘ
   Το ΓΖ είναι 10 χιλ. μακρύτερο από το ΖΘ
4. ΑΕ=7,5 εκ.
   ΕΘ=5,5 εκ.
   Το ΑΕ είναι 2 εκ. μακρύτερο από το ΕΘ
   Το ΑΕ είναι 20 χιλ. μακρύτερο από το ΕΘ
5. ΒΖ=6 εκ.
   ΓΖ=5 εκ.
   Το ΒΖ είναι 1 εκ. μακρύτερο από το ΓΖ
   Το ΒΖ είναι 10 χιλ. μακρύτερο από το ΓΖ
6. ΒΗ=7 εκ.
   ΗΕ=2,5 εκ.
   Το ΒΗ είναι 4,5 εκ. μακρύτερο από το ΗΕ
   Το ΒΗ είναι 45 χιλ. μακρύτερο από το ΗΕ
7. ΖΒ=6 εκ.
   ΓΕ=3,5 εκ.
   Το ΖΒ είναι 2,5 εκ. μακρύτερο από το ΓΕ
   Το ΖΒ είναι 25 χιλ. μακρύτερο από το ΓΕ
8. ΑΒ=3 εκ.
   ΗΘ=3 εκ.
   Ούτε το ΑΒ ούτε το ΗΘ είναι μακρύτερο. Και τα δύο έχουν το ίδιο μήκος.
9. ΔΘ=7 εκ.
   ΒΕ=4,5 εκ.
   ΔΘ είναι 2,5 εκ. μακρύτερο από το ΒΕ
   ΔΘ είναι 25 χιλ. μακρύτερο από το ΒΕ
10. ΖΘ=4 εκ.
    ΓΑ=4 εκ.
    Το ΖΘ και το ΓΑ έχουν και τα δύο το ίδιο μήκος.
11.

X ______________________________ Y

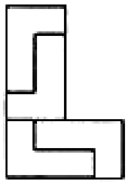
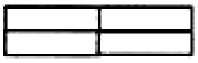
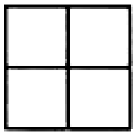
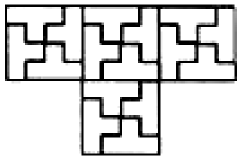
12.

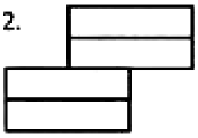
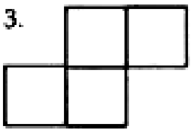
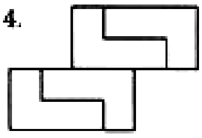
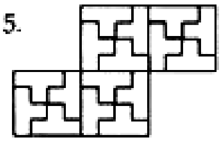
____

13. ______________________________

0275 Τετρόμινο 2

1. «L» τετρόμινο   Μακρύ τετρόμινο   Τετράγωνο τετρόμινο   «Τ» τετρόμινο

2. 
3. 
4. 
5. 

0284 Γωνίες σε ψηφιδωτά

1. Υπάρχουν 4 γωνίες στο A.
2. Περιστροφή κατά $\frac{1}{4}$. Μία πλήρης περιστροφή είναι 360º. Επομένως, το $\frac{1}{4}$ της περιστροφής είναι 90º.
3. Οι εσωτερικές γωνίες στις κορυφές ενός τετραγώνου είναι 90º η καθεμία, δηλαδή είναι ορθές γωνίες.
4. Υπάρχουν 6 γωνίες στο B.
5. Οι γωνίες στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου είναι 60º η καθεμία.
6. Η γωνία σε κάθε κορυφή ενός κανονικού εξαγώνου είναι 120º.
7. Υπάρχουν 3 γωνίες στο D.
   Μία είναι 90º (γωνία τετραγώνου). Επομένως, η γωνία ενός κανονικού οκταγώνου είναι 135º.

0290 Πειράματα

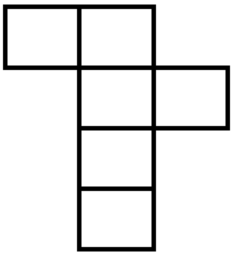
1. Αν ρίξεις ένα ζάρι 60 φορές, είναι πιθανό να φέρεις το τέσσερα περίπου 10 φορές. Αυτό συμβαίνει γιατί υπάρχουν 6 αριθμοί σε ένα ζάρι. Η πιθανότητα να φέρεις έναν από αυτούς τους αριθμούς είναι η ίδια για όλους. Το πείραμα που έκανες ταιριάζει με την πρόβλεψή σου;
2. Αν ρίξεις ένα νόμισμα 50 φορές, είναι πιθανό να φέρεις «κεφάλι» περίπου 25 φορές. Αυτό συμβαίνει γιατί η πιθανότητα να φέρεις «κεφάλι» ή «γράμματα» είναι η ίδια. Το πείραμα που έκανες ταιριάζει με την πρόβλεψή σου;
3. Με τη σβούρα είναι πιθανόν να φέρεις το 2 περίπου 10 φορές. Υπάρχουν 5 αριθμοί και όλοι έχουν την ίδια πιθανότητα να εμφανιστούν. Το πείραμα που έκανες ταιριάζει με την πρόβλεψή σου;

0291 Ποιο σύνολο;

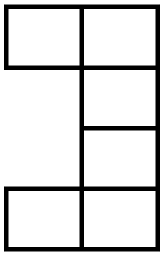
1. Οι αριθμοί 3, 6, 9 και 12 είναι μέσα στο τρίγωνο Α.
2. Οι αριθμοί 2, 4, 6, 8, 10 και 12 είναι μέσα στο τρίγωνο Β.
3. 1, 2, 3, 4, 5, 6 και 7 είναι μέσα στον κύκλο Γ.
4. Το 9 είναι μέσα στο τρίγωνο Α, αλλά όχι μέσα στο τετράγωνο Β ή στον κύκλο Γ.
5. Το 3 βρίσκεται μέσα στο τρίγωνο Α και στον κύκλο Γ.
6. 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11 και 13 δεν είναι μέσα στο τρίγωνο Α.
7. Το 2 βρίσκεται μέσα στο τετράγωνο Β και στον κύκλο Γ.
8. Το 3 και το 6 βρίσκονται και τα δύο μέσα στο τρίγωνο Α και στον κύκλο Γ.
9. Το 6 είναι μέσα και στα τρία σχήματα.
10. Το 12 είναι μέσα στο τρίγωνο Α και στο τετράγωνο Β αλλά όχι στον κύκλο Γ.
11. Το τρίγωνο Α περιέχει πολλαπλάσια του 3.
    Το τετράγωνο Β περιέχει πολλαπλάσια του 2.
    Ο κύκλος Γ περιέχει αριθμούς μικρότερους από το 8.
    Το 11 και το 13 δεν ανήκουν σε κανένα από αυτά τα σχήματα, έτσι έχουν μείνει εκτός.

0295 Αναπτύγματα κύβου

Αυτό το σχήμα, όταν διπλωθεί θα σχηματιστεί ένας κύβος. Αυτό είναι ένα ανάπτυγμα ενός κύβου.



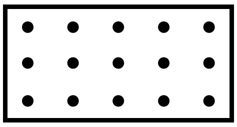
Αυτό το σχήμα, όταν διπλωθεί δεν θα σχηματιστεί ένας κύβος. Δεν είναι το ανάπτυγμα ενός κύβου.



Αν βρήκες μερικά ακόμη αναπτύγματα ενός κύβου, να ελέγξεις αν, διπλώνοντάς τα, σχηματίζονται κύβοι.

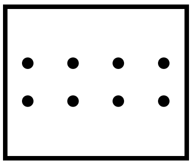
Για να ενώσεις 6 τετράγωνα πλευρά με πλευρά, υπάρχουν 36 τρόποι από τους οποίους 6 αποτελούν το ανάπτυγμα ενός κύβου. Βρήκες ποιοι είναι;

<u>0297 Περισσότεροι ορθογώνιοι αριθμοί</u>

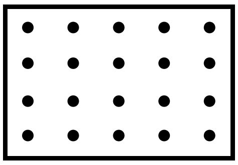


Αυτό το ορθογώνιο με τελείες δείχνει ότι ο αριθμός 15 είναι ένας ορθογώνιος αριθμός.

1. Ακολουθούν δύο ακόμη ορθογώνιοι αριθμοί:



8

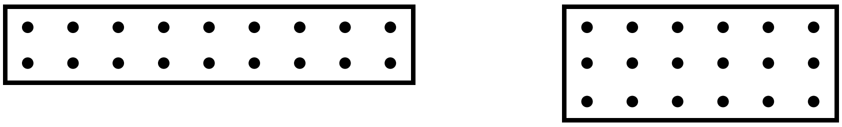


20

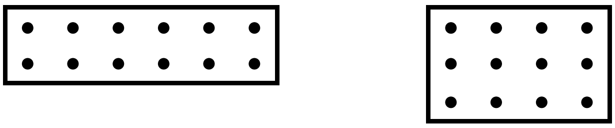
Υπάρχουν πολλοί περισσότεροι ορθογώνιοι αριθμοί. Να δείξεις τους δικούς σου ορθογώνιους αριθμούς στο δάσκαλό σου.

2..

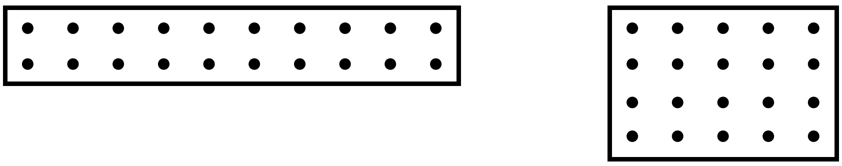
Α. Υπάρχουν δύο διαφορετικά σχέδια για τον αριθμό 18.



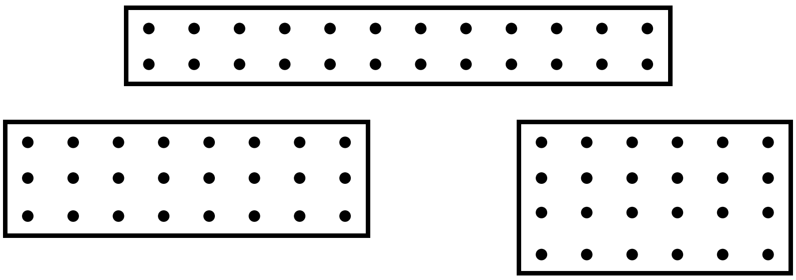
Β. Υπάρχουν δύο διαφορετικά σχέδια για τον αριθμό 12.



Γ. Υπάρχουν δύο διαφορετικά σχέδια για τον αριθμό 20.



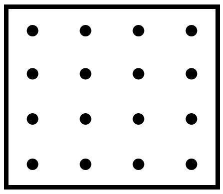
3. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Ο αριθμός 24, για παράδειγμα, έχει 3 διαφορετικά σχέδια.



Ο αριθμός 36 έχει 4 διαφορετικά σχέδια και ο αριθμός 60 έχει 5 διαφορετικά σχέδια. Μπορείς να εξηγήσεις γιατί;

<u>0298 Τετράγωνοι αριθμοί</u>

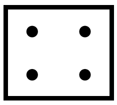
1. Το τελευταίο ορθογώνιο είναι τετράγωνο.



$16 = 4 \times 4$

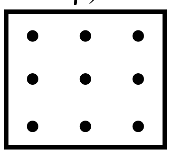
Το ορθογώνιο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες είναι τετράγωνο. Επομένως, ο αριθμός 16 είναι ένας ειδικός ορθογώνιος αριθμός που ονομάζεται τετράγωνος αριθμός.

2. α)



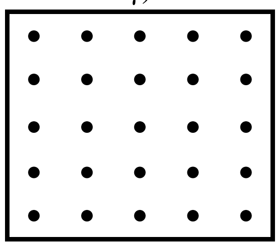
$4 = 2 \times 2$

β)



$9 = 3 \times 3$

γ)



$25 = 5 \times 5$

3.Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Είναι πιθανό να έχεις βρει τους επόμενους 5 τετράγωνους αριθμούς που είναι 36, 49, 64, 81 και 100.

4. Οι αριθμοί 49 και 64 είναι τετράγωνοι αριθμοί. Οι αριθμοί 28, 62 και 78 δεν είναι τετράγωνοι αριθμοί.

0307 Παράγοντες

2α. Το 5 είναι παράγοντας του 15.

Το 3 είναι παράγοντας του 15.

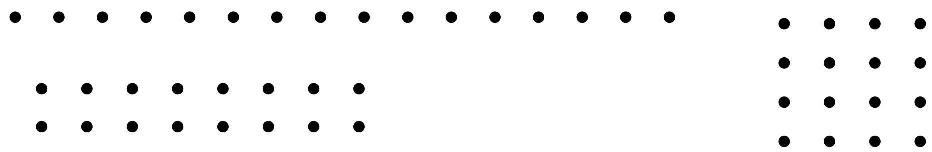
2β. Το 2 είναι παράγοντας του 12.

Το 6 είναι παράγοντας του 12.

2γ. Το 1 είναι παράγοντας του 7.

Το 7 είναι παράγοντας του 7.

3. Υπάρχουν 3 σχέδια για το 16.



{παράγοντες του 16} = {1, 2, 4, 8, 16 }

4.

α {Παράγοντες του 12} = {1, 2, 3, 4, 6, 12 }
β. {Παράγοντες του 20} = {1, 2, 4, 5, 10, 20 }
γ. {Παράγοντες του 21} = {1, 3, 7, 21 }
δ. {Παράγοντες του 9} = {1, 3, 9 }

5.

α {Παράγοντες του 5} = {1 ,5 }
β. {Παράγοντες του 30} = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 }
γ. {Παράγοντες του 23} = {1, 23 }
δ. {Παράγοντες του 24} = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 }

Να ελέγξεις με το δάσκαλό σου τους δικούς σου αριθμούς.

6. Παράγοντες ενός αριθμού είναι οι αριθμοί με τους οποίους διαιρείται ακριβώς ο συγκεκριμένος αριθμός.

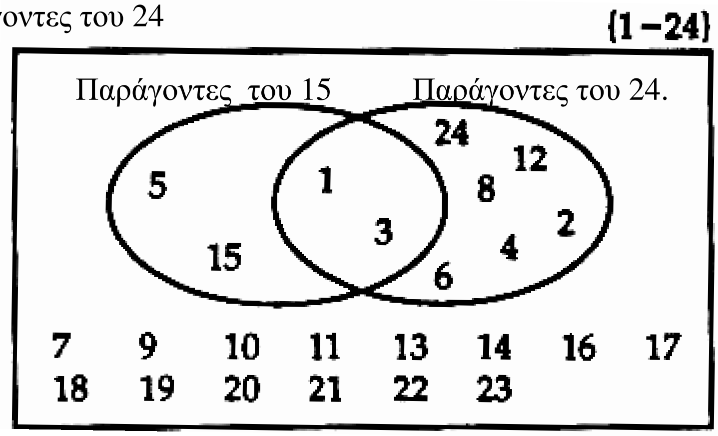
0308 Πρώτοι αριθμοί

1. Το 7 δίνει ευθύγραμμο σχέδιο, επομένως έχει μόνο δύο παράγοντες. Άρα, ο 7 είναι πρώτος αριθμός.

2. Οι πρώτοι αριθμοί κάτω του 30 είναι 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 και 29.

0310 Κοινοί παράγοντες

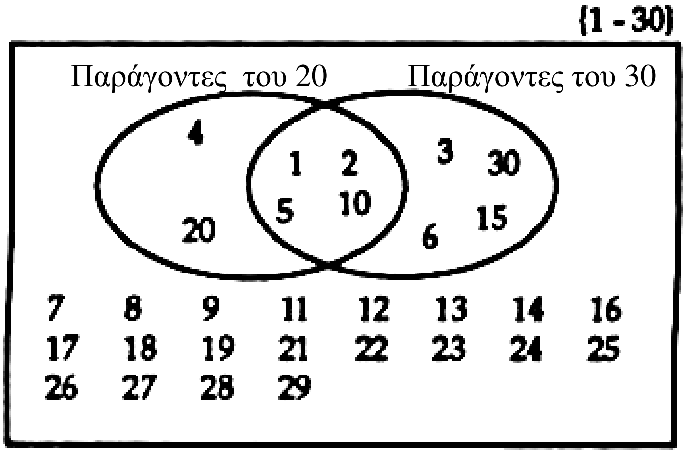
1. {παράγοντες του 15}={1,3,5,15}
   {παράγοντες του 24}={1,2,3,4,6,8,12,24}
2. Παράγοντες του 15
   Παράγοντες του 24



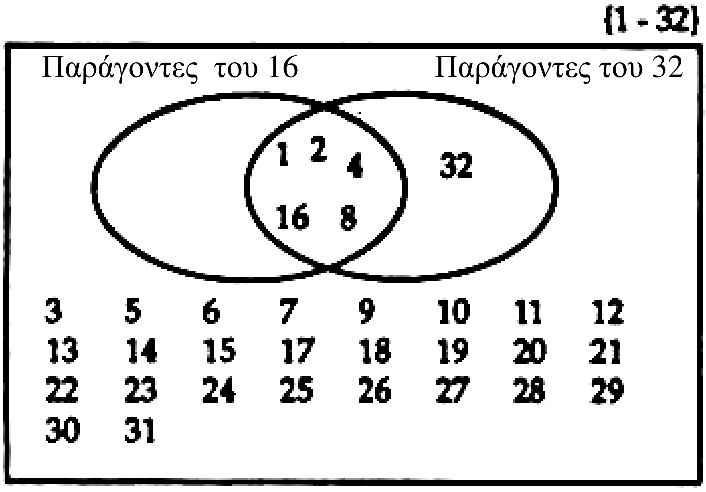
3. Το 1 και το 3 είναι παράγοντες τόσο του 15 όσο και του 24.
   {κοινοί παράγοντες του 15 και του 24}={1,3}

4. {παράγοντες του 20}= {1,2,4,5,10,20}
   {παράγοντες του 30}= {1,2,3,5,6,10,15,30}
   {παράγοντες του 16}= {1,2,4,8,16}
   {παράγοντες του 32}= {1,2,4,8,16,32}
   {παράγοντες του 10}= {1,2,5,10}
   {παράγοντες του 15}= {1,3,5,15}
   {παράγοντες του 18}= {1,2,3,6,9,18}
5.

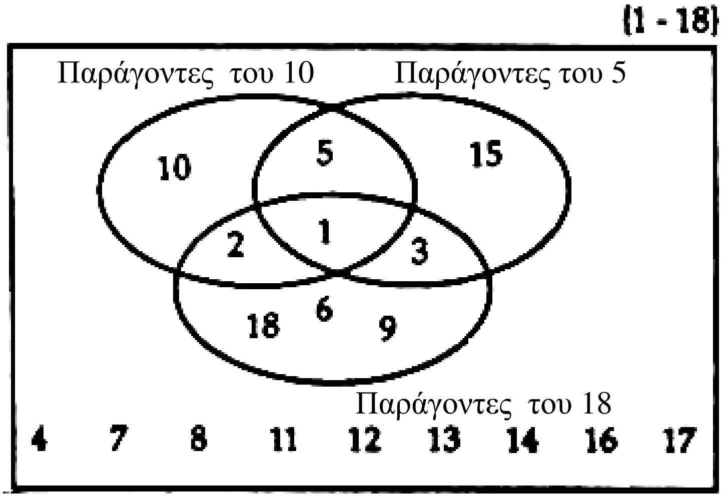
α.



β.

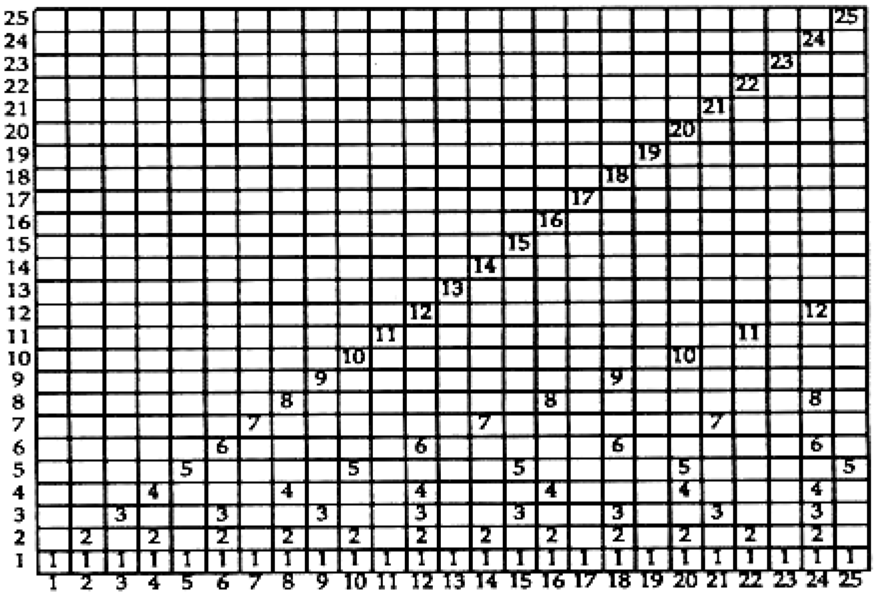


γ.



{κοινοί παράγοντες του 20 και του 30}= {1,2,5,10}
{κοινοί παράγοντες του 16 και του 32}= {1,2,4,8,16}
{κοινοί παράγοντες του 10, του 15 και του 18}= {1}

0311 Πώς να βρεις τον παράγοντα



1. Οι αριθμοί στη στήλη 6 είναι οι 1,2,3 και 6.
   Όλοι αυτοί οι αριθμοί είναι παράγοντες του 6.
2. Όλοι οι παράγοντες του 8 είναι στη στήλη 8.
3. Όλοι οι παράγοντες του 24 είναι στη στήλη 24.
4. Οι κοινοί παράγοντες του 15 και του 20 είναι οι παράγοντες που βρίσκονται και στις δύο στήλες.
   Οι κοινοί παράγοντες του 15 και του 20 είναι το 1 και το 5.
5. Οι αριθμοί που έχουν ακριβώς δύο παράγοντες είναι οι 2,3,5,7,11,13,17,19,23.
6. Οι παράγοντες αυτών των αριθμών είναι οι ίδιοι οι αριθμοί και το 1.
   Ένας ορισμός ενός πρώτου αριθμού είναι: πρώτος αριθμός είναι ο αριθμός που έχει 2 μόνο παράγοντες, το 1 και τον εαυτό του.

- Να δείξεις στο δάσκαλό σου τις περιγραφές των άλλων κανονικοτήτων που βρήκες.

0313 Ακολουθίες με τελείες

- 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33
- Κάθε αριθμός είναι κατά 4 μεγαλύτερος από τον προηγούμενο.

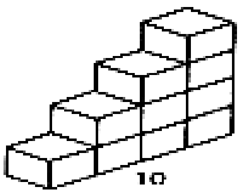
(α)	3,	6,	9,	12,	15,	18,	21,	24
(β)	1,	3,	6,	10,	15,	21,	28,	36
(γ)	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64
(δ)	2,	6,	12,	20,	30,	42,	56,	78
(ε)	1,	8,	16,	14,	32,	40,	48,	56

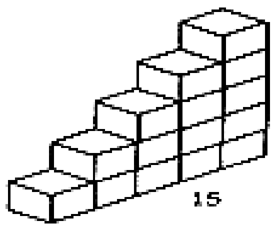
0314 Τελείες σε ακολουθία

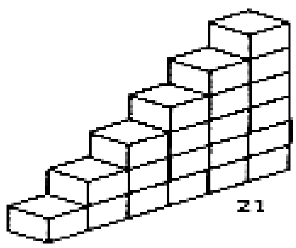
(α) Η ακολουθία που αποτελείται από τους αριθμούς που δηλώνουν τις τελείες που βρίσκονται στις περιμέτρους είναι 4,8,12,16,20 . . .
Οι αριθμοί είναι τα πολλαπλάσια του 4.
Κάθε διαδοχικό τετράγωνο έχει μία επιπλέον τελεία σε κάθε πλευρά, άρα υπάρχουν 4 επιπλέον τελείες κάθε φορά.
(β) Η ακολουθία που αποτελείται από τους αριθμούς που δηλώνουν τις τελείες που βρίσκονται μέσα σε κάθε τετράγωνο είναι 1,5,13,25,41 . . .
Οι αριθμοί αυξάνονται κατά 4 κάθε φορά.
Ένας πίνακας διαφορών δείχνει τον τρόπο που σχηματίζεται η ακολουθία.

	1		5		13		25		41
1η διαφορά		4		8		12		16	
2η διαφορά			4		4		4		

0315 Σκάλες







1. Τα επόμενα 3 σκαλιά είναι:
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36 . . .
Αυτοί είναι οι τριγωνικοί αριθμοί.
Η ακολουθία σχηματίζεται προσθέτοντας 2,3,4,5,6 . . .

2. 1,4,9,16,25,36 . . .
Αυτοί είναι οι τετράγωνοι αριθμοί.
Η ακολουθία μπορεί να σχηματιστεί προσθέτοντας 3,5,7,9,11 . . .

3. 1,6,15,28,45,66,91,120 . . .
Ο καλύτερος τρόπος για να δεις πώς σχηματίζεται η ακολουθία είναι να μελετήσεις έναν πίνακα διαφορών.

	1		6		15		28		45		66		91		120
1η διαφορά		5		9		13		17		21		25		29	
2η διαφορά			4		4		4		4		4		4		

Προσπάθησε να περιγράψεις την ακολουθία με λέξεις. Ο πίνακας διαφορών θα σε βοηθήσει.

0317 Ακολουθίες αριθμών

1.	2,5,8,11,14,17,20,23	Προσθέτω	3
2.	3,7,11,15,19,23,27,31	Προσθέτω	4
3.	50,47,44,41,38,35,32,29	Αφαιρώ	3
4.	$9,10\frac{1}{2}, 12, 13\frac{1}{2},15,16\frac{1}{2},18,19\frac{1}{2}$	Προσθέτω	$1\frac{1}{2}$
5.	1,2,4,8,16,32,64,128	Διπλασιάζω	
6.	1,10,100,1000,10000,100000,1000000	Πολλαπλασιάζω με το	10
7.	1,3,7,15,31,63,127	Διπλασιάζω και προσθέτω	1
8.	$32,16,8,4,2,1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$	Διαιρώ με το	2
9.	2,6,18,54,162,486,1458	Πολλαπλασιάζω με το	3
10.	1,1,2,3,5,8,13,21,34,55	Προσθέτω μαζί τους 2 τελευταίους αριθμούς	

0320 Περιστρεφόμενα σχέδια

Έφτιαξες **δύο** τουλάχιστον σχέδια;
Αν σου άρεσε αυτή η δραστηριότητα, θα μπορούσες να φτιάξεις ένα σχέδιο χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικά σχήματα.

0322 Κόβοντας ορθογώνια

Να μάθεις τα ονόματα των σχημάτων που κατασκεύασες. Θα μπορούσες να φτιάξεις μερικά διαφορετικά σχέδια με τα τρίγωνα;

0323 Μέτρα και εκατοστά

Μόλις συμπληρώσεις πέντε αντικείμενα σε κάθε περίπτωση, να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

0324 Περιστροφή

Να παρουσιάσεις τα δικά σου σχέδια που προέκυψαν από περιστροφή.

0326 Ψηφιδωτά με τετράπλευρα

Κάθε φορά να φροντίζεις ώστε:

α) όλα τα τετράπλευρα να είναι μεταξύ τους ίδια.

β) να μην υπάρχουν κενά διαστήματα ανάμεσα στα τετράπλευρα.

Είναι πάντοτε εφικτό να κάνεις ένα ψηφιδωτό χρησιμοποιώντας κάποιο τετράπλευρο;

0328 Συναρμολογώντας πεντόμινο

Να ελέγχεις κάθε φορά ότι:

α) όλα τα πεντόμινο είναι τα ίδια,

β) δεν υπάρχουν κενά ανάμεσα στα πεντόμινο.

Μπορούν όλα τα πεντόμινο να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή μωσαϊκών;
Ποιο πεντόμινο μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην κατασκευή μωσαϊκών με τους περισσότερους διαφορετικούς μεταξύ τους τρόπους; Γιατί;

0330 Κανονικότητες με πολλαπλάσια

1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Τα πολλαπλάσια του 3 δεν σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. Τα πολλαπλάσια του 5 και του 10 σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

4. Τα πολλαπλάσια του 2 σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη.
5. Τα πολλαπλάσια του 3 και του 6 σχηματίζουν επίσης κανονικότητες σε στήλη.
6. Τα πολλαπλάσια του 7 σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη σε ένα αριθμητικό τετράγωνο με 7 στήλες.

7. Σε ένα αριθμητικό τετράγωνο με 10 στήλες, τα πολλαπλάσια των 2, 5 και 10 σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη.

Σε ένα αριθμητικό τετράγωνο με 6 στήλες, τα πολλαπλάσια των 2, 3 και 6 σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη.

Σε ένα αριθμητικό τετράγωνο με 7 στήλες, τα πολλαπλάσια του 7 σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλη.

Σε ένα αριθμητικό τετράγωνο με 12 στήλες, τα πολλαπλάσια των 2, 3, 4, 6 και 12 θα σχηματίσουν κανονικότητες σε στήλες.

Τα πολλαπλάσια που σχηματίζουν κανονικότητες σε στήλες είναι οι παράγοντες του μεγέθους του αριθμητικού τετραγώνου.

0331 Πρώτοι αριθμοί

- $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$
- Οι αριθμοί 2 και 3 είναι οι πρώτοι παράγοντες του 54.
- $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$
- Οι αριθμοί 2 και 3 είναι οι πρώτοι παράγοντες του 72.
- $3 \times 3 \times 7 = 63$
- Οι αριθμοί 3 και 7 είναι οι πρώτοι παράγοντες του 63.
- $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100$
- Οι αριθμοί 2 και 5 είναι οι πρώτοι παράγοντες του 100.

<u>0333 Ισοδύναμα κλάσματα</u>

Αυτά είναι τα ισοδύναμα κλάσματα που μπορείς να βρεις χρησιμοποιώντας τα διαγράμματα.

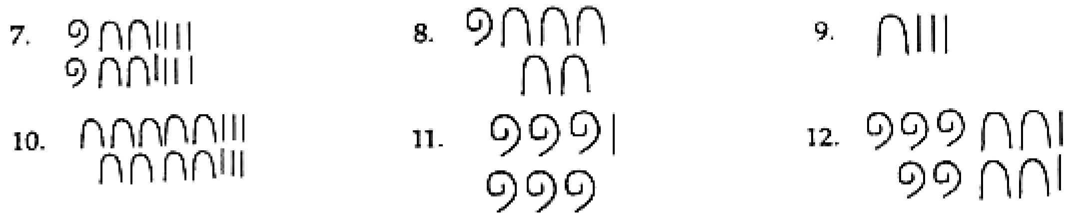
1.Υπάρχουν 8 τρίγωνα 4 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 4 ορθογώνια 2 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 2 τετράγωνα 1 έχει σκιαστεί
$\frac{4}{8}$ =	$\frac{2}{4}$ =	$\frac{1}{2}$
2.Υπάρχουν 6 μικρά ορθογώνια 3 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 2 μεγάλα ορθογώνια 1 έχει σκιαστεί	
$\frac{3}{6}$ =	$\frac{1}{2}$	
3. Υπάρχουν 6 τρίγωνα 4 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 3 ρόμβοι 2 έχουν σκιαστεί	
$\frac{4}{6}$ =	$\frac{2}{3}$	
4.Υπάρχουν 9 τετράγωνα 3 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 3 ορθογώνια 1 έχει σκιαστεί	
$\frac{3}{9}$ =	$\frac{1}{3}$	
5. Υπάρχουν 12 τρίγωνα 4 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 6 ορθογώνια 2 έχουν σκιαστεί	
$\frac{4}{12}$ =	$\frac{2}{6}$	
6.Υπάρχουν 12 τρίγωνα 4 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 3 βελοειδή σχήματα (εξάγωνα) 1 έχει σκιαστεί	
$\frac{4}{12}$ =	$\frac{1}{3}$	
7.Υπάρχουν 9 ορθογώνια 3 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 3 «Τ» σχήματα (οκτάγωνα) 1 έχει σκιαστεί	
$\frac{3}{9}$ =	$\frac{1}{3}$	
8. Υπάρχουν 8 τραπέζια 2 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 4 εξάγωνα 1 έχει σκιαστεί	
$\frac{2}{8}$ =	$\frac{1}{6}$	
9. Υπάρχουν 16 μικρά τρίγωνα 4 έχουν σκιαστεί	Υπάρχουν 4 μεγάλα τρίγωνα 1 έχει σκιαστεί	
$\frac{4}{16}$ =	$\frac{1}{4}$	

10.Υπάρχουν 18 τετράγωνα 3 έχουν σκιαστεί $\frac{3}{18}$ = Υπάρχουν 6 L, σχήματα (εξάγωνα) 1 έχει σκιαστεί $\frac{1}{6}$

Υπάρχουν και άλλα κλάσματα, ισοδύναμα με το καθένα από αυτά. Αν έχεις διαφορετικές απαντήσεις, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου.

<u>0334 Αιγυπτιακοί αριθμοί</u>

1. 223
2. 335
3. 376
4. 629
5. 651
6. 676



0338 Άθροισμα περιττών αριθμών

Χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο τρόπο εύρεσης των τετράγωνων αριθμών, βρέθηκαν τα εξής αποτελέσματα:

1	**=**	**1**	**=**	$\mathbf{1^2}$
1+3	**=**	**4**	**=**	$\mathbf{2^2}$
1+3+5	**=**	**9**	**=**	$\mathbf{3^2}$
1+3+5+7	**=**	**16**	**=**	$\mathbf{4^2}$
1+3+5+7+9	**=**	**25**	**=**	$\mathbf{5^2}$
1+3+5+7+9+11	**=**	**36**	**=**	$\mathbf{6^2}$
1+3+5+7+9+11+13	**=**	**49**	**=**	$\mathbf{7^2}$
1+3+5+7+9+11+13+15	**=**	**64**	**=**	$\mathbf{8^2}$
1+3+5+7+9+11+13+15+17	**=**	**81**	**=**	$\mathbf{9^2}$
1+3+5+7+9+11+13+15+17+19	**=**	**100**	**=**	$\mathbf{10^2}$
1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21	**=**	**121**	**=**	$\mathbf{11^2}$
1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23	**=**	**144**	**=**	$\mathbf{12^2}$

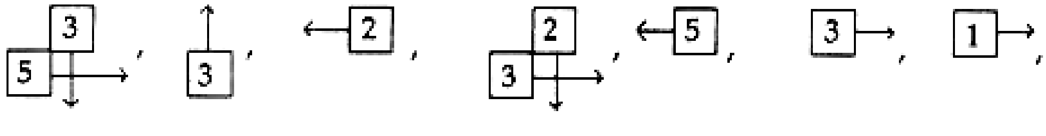
Ένας γρήγορος τρόπος για να βρεις το άθροισμα των πρώτων 12 περιττών αριθμών είναι να υπολογίσεις το 12^2 που κάνει 144.
Έτσι, το άθροισμα των πρώτων 25 περιττών αριθμών θα είναι 25^2 που κάνει 625.
Ο γενικός κανόνας για το άθροισμα των πρώτων «n» αριθμών = n^2.
Θα μπορούσες να επεκτείνεις αυτήν τη δραστηριότητα. Για παράδειγμα, ο ίδιος τρόπος θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να παρουσιαστεί η παρακάτω κανονικότητα των τετράγωνων αριθμών.

$2^2 = 1^2+3$
$3^2 = 2^2+5$
$4^2 = 3^2+7$
. .
. .
. .
$n^2 =$.

0339 Διανυσματικά μηνύματα

1. IT MAKES YOU SMILE

2.



3. Ο φίλος σου κατάλαβε το μήνυμα;

0340 Είναι σταθερό;

1. Το τρίγωνο είναι σταθερό. Όλα τα τρίγωνα είναι σταθερά.
2. Η διαγώνιος χωρίζει το τετράπλευρο σε δύο τρίγωνα που είναι σταθερά.
3. Για ένα πεντάγωνο χρειάζεσαι 2 διαγωνίους.
   Για ένα εξάγωνο χρειάζεσαι 3 διαγωνίους.

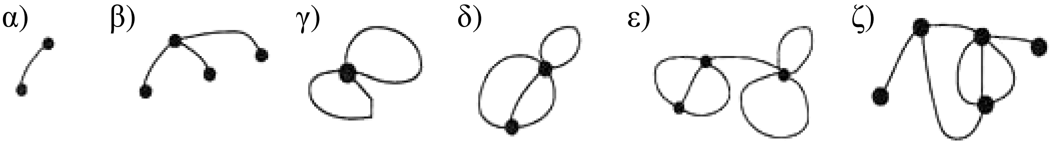
   Ένα τετράπλευρο σχήμα χρειάζεται 1 διαγώνιο.
   Ένα πεντάπλευρο σχήμα χρειάζεται 2 διαγωνίους.
   Ένα εξάπλευρο σχήμα χρειάζεται 3 διαγωνίους.
   .   .
   .   .
   .   .

Ο κανόνας που ισχύει είναι: «αφαίρεσε 3 από τον αριθμό των πλευρών του σχήματος για να βρεις τον αριθμό των διαγωνίων του».

0342 Σχετικά με κόμβους

Δεν είναι δυνατό να σχεδιάσεις ένα δίκτυο για τις περιπτώσεις δ και ζ. Υπάρχουν πολλές απαντήσεις για κάποιες από τις άλλες περιπτώσεις. Παρακάτω, σου δίνονται κάποιες από αυτές.

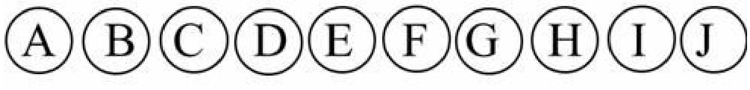
α) β) γ) δ) ε) ζ)



- Ένα δίκτυο δεν είναι δυνατό να σχεδιαστεί αν περιλαμβάνει **περιττό** αριθμό από κόμβους με **περιττό** αριθμό εξόδων. Δεν είναι δυνατό να σχεδιάσεις ένα δίκτυο για τις περιπτώσεις δ και ζ γιατί στην περίπτωση δ υπάρχει 1 κόμβος τριών εξόδων και στην περίπτωση ζ υπάρχουν 3 κόμβοι τριών εξόδων.
- Να εξετάσεις μερικά δίκτυα, για να δεις αν ισχύει ο κανόνας. Μπορείς να καταλάβεις γιατί ισχύει ο κανόνας;

0344 Παζλ με πούλια

Σου δίνεται μια απάντηση. Ίσως μπορέσεις να βρεις κάποιες λύσεις ακόμη.



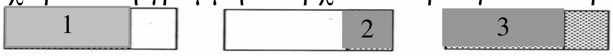
1. Ζ → Ι, Δ → Α, Θ → Γ, Β → Ε, Κ → Η.

0345 NIM

Έχεις βρει ότι ο πρώτος παίκτης πάντα χάνει;

0347 Πόσα ορθογώνια παραλληλόγραμμα;

Με μια διαχωριστική γραμμή υπάρχουν 3 ορθογώνια παραλληλόγραμμα.



Με 2 διαχωριστικές γραμμές υπάρχουν 6 ορθογώνια παραλληλόγραμμα.
Με 3 διαχωριστικές γραμμές υπάρχουν 10 ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

4	15
8	45

Ένα διάγραμμα απεικόνισης με τα πρώτα αποτελέσματα δείχνει τον κανόνα:

Διαχωριστικές γραμμές		*Ορθογώνια παραλληλόγραμμα*
1	→	3
2	→	6
3	→	10
4	→	15
5	→	21
6	→	28

- Ο αριθμός των ορθογωνίων παραλληλογράμμων είναι πάντα ένας **τριγωνικός** αριθμός. Θα μπορέσεις να κατανοήσεις το λόγο γι' αυτό, αν μετρήσεις συστηματικά,
  π.χ. για 4 διαχωριστικές γραμμές:

Αριθμός απλών ορθογωνίων παραλληλογράμμων	= 5
Αριθμός διπλών ορθογωνίων παραλληλογράμμων	= 4
Αριθμός τριπλών ορθογωνίων παραλληλογράμμων	= 3
Αριθμός τετραπλών ορθογωνίων παραλληλογράμμων	= 2
Αριθμός πενταπλών ορθογωνίων παραλληλογράμμων	= 1

  Ο συνολικός αριθμός ορθογωνίων παραλληλογράμμων είναι:
  15 (1 + 2 + 3 + 4 + 5)

Με 1 οριζόντια διαχωριστική γραμμή:

Κάθετες διαχωριστικές γραμμές		*Ορθογώνια παραλληλόγραμμα*
1	→	9
2	→	18
3	→	30
4	→	45
5	→	63

- Ο αριθμός των ορθογωνίων παραλληλογράμμων είναι πάντα 3πλάσιος ενός τριγωνικού αριθμού.

Με 2 οριζόντιες διαχωριστικές γραμμές:

Κάθετες διαχωριστικές γραμμές		*Ορθογώνια παραλληλόγραμμα*
1	→	18
2	→	36
3	→	60
4	→	90

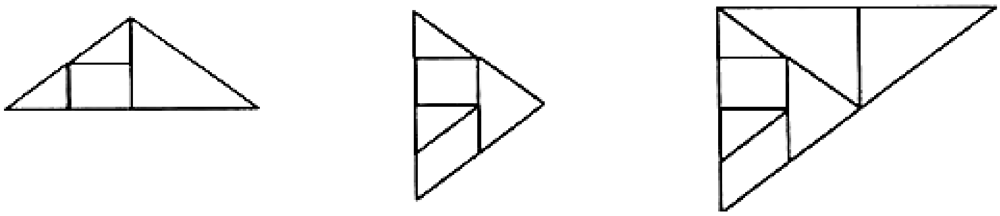
- Ο αριθμός των ορθογωνίων παραλληλογράμμων είναι πάντα 6πλάσιος ενός τριγωνικού αριθμού.

Γενικά, ο αριθμός των ορθογωνίων παραλληλογράμμων είναι πάντα το γινόμενο δύο τριγωνικών αριθμών. Ποιων δύο αριθμών;

0348 Σπαζοκεφαλιά με Τάνγκραμ

Πόσους διαφορετικούς τρόπους βρήκες για να κατασκευάσεις ένα τρίγωνο χρησιμοποιώντας 3 κομμάτια;

Παρακάτω, παρουσιάζεται ένας τρόπος κατασκευής τριγώνου με:



4 κομμάτια 5 κομμάτια 7 κομμάτια

Μπορεί να έχεις κατασκευάσει διαφορετικά τρίγωνα.

Δεν καταφέραμε να κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο χρησιμοποιώντας 6 κομμάτια. Μήπως τα κατάφερες εσύ;

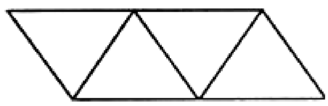
Να παρουσιάσεις στο δάσκαλό σου τους τρόπους με τους οποίους κατασκεύασες ένα τετράγωνο με κομμάτια τάνγκραμ.

0349 Αναπτύγματα τετραέδρων

1. Ένα τετράεδρο έχει 4 έδρες.
2. Κάθε πλευρά είναι ένα τρίγωνο.
3.

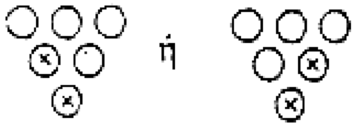
(α)	4 τρίγωνα	(β)	3 τρίγωνα	(γ)	5 τρίγωνα
(δ)	4 τρίγωνα	(ε)	4 τρίγωνα		

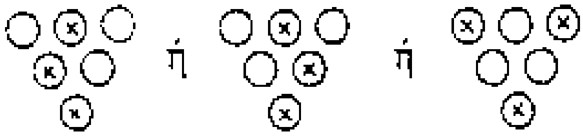
4. Το μοναδικό διαφορετικό ανάπτυγμα ενός τετραέδρου είναι το (α):

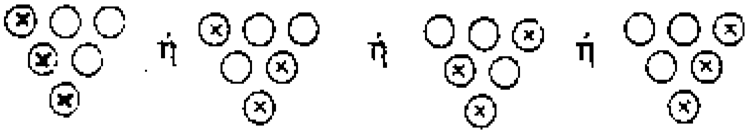


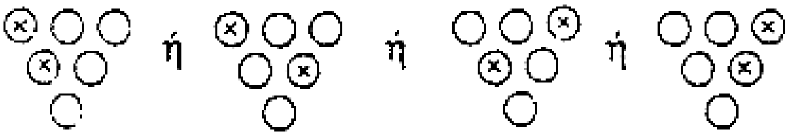
0354 Ο Θωμάς, το φαβορί του μπόουλιγκ

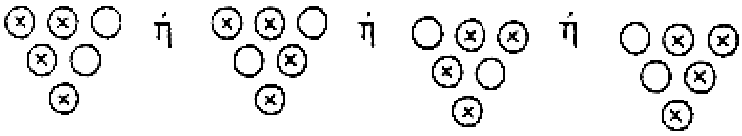
Ακολουθούν όλες οι πιθανές απαντήσεις. Πρέπει να έχεις σχεδιάσει μία απάντηση μόνο.

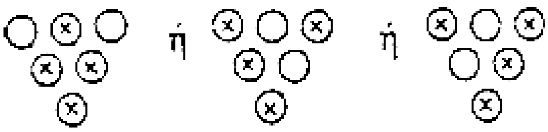
1. 

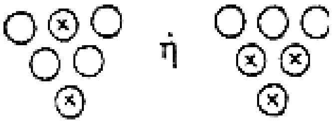
2. 

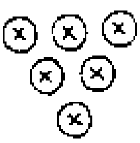
3. 

4. 

5. 

6. 

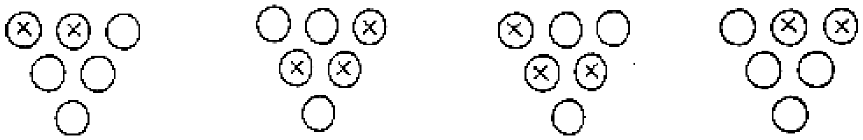
7. 

8. 

0355 Το πρόβλημα του Θωμά με το μπόουλιγκ

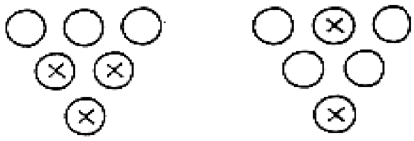
1. Μπορεί να έχεις τις 4 απαντήσεις που ακολουθούν με οποιαδήποτε σειρά:

α. β. γ. δ.

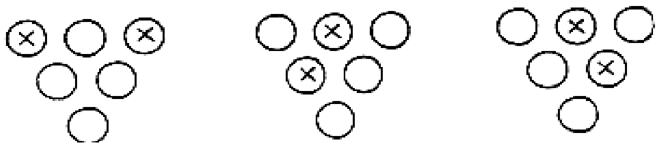


Σκορ 35 Σκορ 35 Σκορ 35 Σκορ 35

2. Υπάρχουν δύο τρόποι για να φέρεις αποτέλεσμα 23.



3.Υπάρχουν 3 τρόποι για να φέρεις αποτέλεσμα 30.



0363 Σχεδιάζοντας κύβους

Σε έναν κύβο με διαστάσεις 4 × 4 × 4 υπάρχουν 64 μικροί κύβοι.

- 8 μικροί κύβοι έχουν 3 κόκκινες έδρες.
  24 μικροί κύβοι έχουν 2 κόκκινες έδρες.
  24 μικροί κύβοι έχουν 1 κόκκινη έδρα
  8 μικροί κύβοι έχουν 0 κόκκινες έδρες.

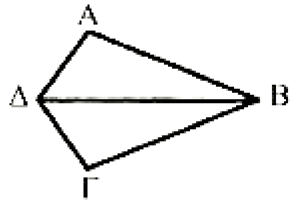
Ο πίνακάς σου θα πρέπει να μοιάζει με τον παρακάτω πίνακα:

Κύβος	3 κόκκινες έδρες	2 κόκκινες έδρες	1 κόκκινη έδρα	0 κόκκινες έδρες	Σύνολο
1 × 1 × 1	0	0	0	0	1
2 × 2 × 2	8	0	0	0	8
3 × 3 × 3	8	12	6	1	27
4 × 4 × 4	8	24	24	8	64
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n × n × n					

- Αν δεν έχεις βρει κάποιους κανόνες, σκέψου για τετράγωνους και κυβικούς αριθμούς.

0364 Χρησιμοποιώντας ένα τρίγωνο

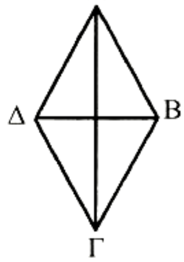
Τα ορθογώνια τρίγωνα στην κάρτα 1772 είναι όμοια. Οι αντίστοιχες πλευρές έχουν το ίδιο μήκος και οι αντίστοιχες γωνίες το ίδιο μέγεθος.



Χαρταετός

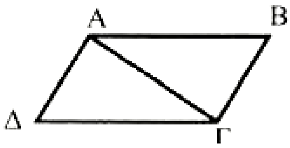
Γωνίες $\hat{A} = \hat{\Gamma}$.

- Μήκος πλευρών Οι διαδοχικές πλευρές είναι ίσες ΑΒ= ΒΓ, ΑΔ = ΔΓ.
- Διαγώνιοι Οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.
- Συμμετρία Το συγκεκριμένο τετράπλευρο έχει έναν άξονα συμμετρίας κατά μήκος της διαγωνίου ΒΔ.



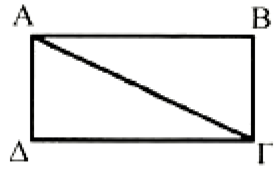
Ρόμβος

- Γωνίες Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους. $\hat{B} = \hat{\Gamma}$, $\hat{A} = \hat{\Gamma}$.
- Παράλληλες Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- Μήκος πλευρών Όλες οι πλευρές είναι μεταξύ τους ίσες.
- Διαγώνιοι Οι διαγώνιοι διχοτομούνται κάθετα.
- Συμμετρία Υπάρχουν δύο άξονες συμμετρίας, οι ΒΔ και ΑΓ.



Πλάγιο παραλληλόγραμμο

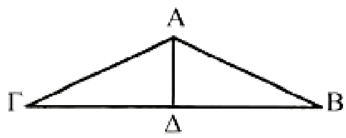
- Γωνίες Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους. $\hat{A} = \hat{\Gamma}$, $\hat{B} = \hat{\Delta}$.
- Παράλληλες Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- Μήκος πλευρών Οι απέναντι πλευρές είναι μεταξύ τους ίσες.
- Συμμετρία Δεν υπάρχουν άξονες συμμετρίας αλλά υπάρχει περιστροφική συμμετρία 2ης τάξης.



Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

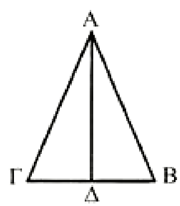
- Γωνίες Όλες οι γωνίες είναι ορθές.
- Παράλληλες Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- Μήκος πλευρών Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- Διαγώνιοι Οι διαγώνιοι είναι μεταξύ τους ίσες.
- Συμμετρία Υπάρχουν δύο άξονες συμμετρίας.

Το ορθογώνιο έχει επίσης περιστροφική συμμετρία 2ης τάξης.



Ισοσκελές τρίγωνο

- Γωνίες Δύο γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες. $\hat{B} = \hat{\Gamma}$



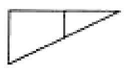
- Μήκος πλευρών Δύο πλευρές είναι μεταξύ τους ίσες. ΑΒ = ΑΓ
- Συμμετρία Υπάρχει ένας άξονας συμμετρίας, η ΑΔ.

0365 Ένα εκατομμύριο

1. Δεν έχεις ζήσει ένα εκατομμύριο ημέρες και είναι απίθανο να έχεις γνωρίσει κάποιον που να έχει ζήσει τόσο. Να υπολογίσεις το 1 000 000 : 365, για να το διαπιστώσεις.
2. Ένα μεγάλο βιβλίο μπορεί να έχει 500 λέξεις σε κάθε σελίδα και 1 000 σελίδες. Αυτό θα σήμαινε 500 000 λέξεις, δηλαδή μόλις μισό εκατομμύριο.
3. Η απάντησή σου θα εξαρτηθεί από το μέγεθος του θρανίου σου. Να βρεις πόσα κυβάκια θα χρειαστείς για να καλύψεις το θρανίο σου με μία στρώση. Στη συνέχεια, να βρεις τις στρώσεις διαιρώντας με ένα εκατομμύριο.

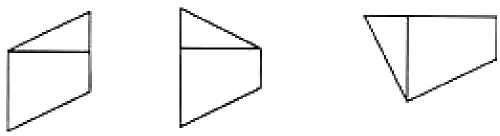
0366 Τετράγωνο σε δύο κομμάτια

- Τα 2 κομμάτια μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να σχηματίσουν αυτό το τρίγωνο.

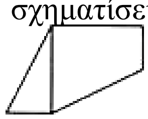


- Τα 2 κομμάτια μπορούν επίσης να σχηματίσουν:

ένα παραλληλόγραμμο ένα τραπέζιο ένα μη κανονικό τετράπλευρο



- Αυτός είναι ένας τρόπος για να σχηματίσεις ένα πεντάγωνο. Ίσως να έχεις βρει και άλλους τρόπους.

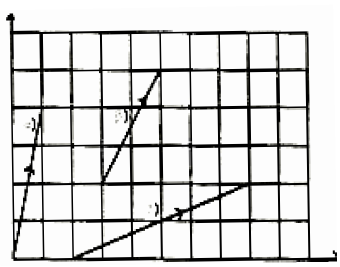


0371 Περιστροφή σχημάτων

Σχέδια που προκύπτουν από την περιστροφή ενός σχήματος μπορούν επίσης να δημιουργηθούν με τη χρήση του προγράμματος **LOGO.**

0377 Διανυσματική θάλασσα

1. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$



2. (α) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ (β) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ (γ) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. Ο καπετάνιος σημείωσε το διάνυσμα $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$.

0381 Ορθογώνια παραλληλεπίπεδα με σπιρτόκουτα

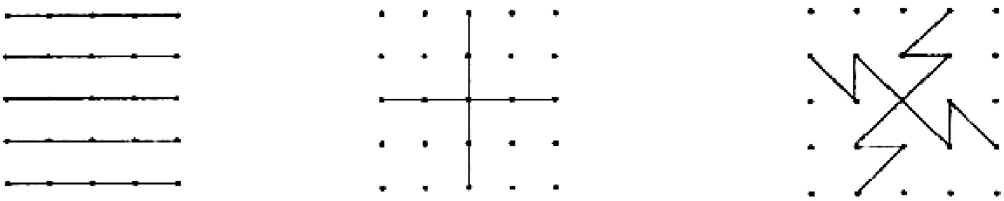
2. Η απάντηση είναι ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 21 Μ και Υ.
3. Υπάρχουν 6 διαφορετικές διατάξεις για 4 σπιρτόκουτα.
4. Υπάρχουν 3 διαφορετικές διατάξεις για 5 σπιρτόκουτα.
   Υπάρχουν 9 διαφορετικές διατάξεις για 6 σπιρτόκουτα.
5. Υπάρχουν 9 διαφορετικές διατάξεις για 15 σπιρτόκουτα.
   Προσπάθησε να τα βρεις όλα.

0386 Σκέψου έναν αριθμό

Στο πρώτο παιχνίδι η απάντηση είναι πάντα 1.
Στο καινούριο παιχνίδι η απάντηση είναι πάντα 0.

0387 Τέταρτα

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις και πολλά ψηφιδωτά που μπορούν να προκύψουν. Παρακάτω, παρουσιάζονται 3 πιθανές απαντήσεις.



Να σχεδιάσεις το δικό σου ψηφιδωτό.

0388 Δυνάμεις

1. $2^1 = 2$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$
$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$
$2^9 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$
$2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$
$2^{11} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2048$
$2^{12} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4096$

2. a) $2^{10} = 1024$

β) 8×128
$2^3 \times 2^7$
$2^{10} = 1024$

γ) 32×32
$2^5 = 2^5$
$2^{10} = 1024$

δ) 4×256
$2^2 \times 2^8$
$2^{10} = 1024$

ε) 16×256
$2^4 \times 2^8$
$2^{12} = 4096$

ζ) $8 \times 32 \times 16$
$2^3 \times 2^5 \times 2^4$
$2^{12} = 4096$

3. η) $2^3 = 8$

θ) $4096 : 256$
$2^{12} : 2^8$
$2^4 = 16$

ι) $2048 : 16$
$2^{11} : 2^4$
$2^7 = 128$

κ) $1024 : 512$
$2^{10} : 2^9$
$2^1 = 2$

λ) $512 : 32$
$2^9 : 2^5$
$2^4 = 16$

4. $3^1 = 3$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$
$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$
$3^7 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187$
$3^8 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 6561$
$3^9 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 19683$
$3^{10} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 59049$
$3^{11} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 177147$
$3^{12} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 531441$

α) 243×27, $3^5 \times 3^3$, $3^8 = 6561$
β) 81×81, $3^4 \times 3^4$, $3^8 = 6561$
γ) $729 : 81$, $3^6 : 3^4$, $3^2 = 9$
δ) $2187 : 243$, $3^7 : 3^5$, $3^2 = 9$

0392 Περιφέρεια κύκλου

Μετρήσαμε τη διάμετρο μερικών κυκλικών αντικειμένων και βρήκαμε αυτά τα αποτελέσματα.

Αντικείμενα	Διάμετρος	Περιφέρεια κύκλου
Κολλητική ταινία	9,3 εκ.	28 εκ.
Κονσέρβα με φασόλια	7,4 εκ.	22 εκ.
Καπάκι κάδου απορριμμάτων	19 εκ.	57 εκ.
Βάση κάδου απορριμμάτων	16,5 εκ.	50 εκ.

Πολλαπλασιάζοντας τη διάμετρο με το 3, έχεις μια καλή εκτίμηση για το μήκος της περιφέρειας του κύκλου:
3× μήκος διαμέτρου είναι σχεδόν ίσο με το μήκος της περιφέρειας.

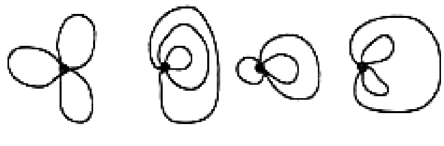
- Να ελέγξεις τα δικά σου αποτελέσματα.

Για κάθε αντικείμενο να πολλαπλασιάσεις τη διάμετρο με το 3. Η απάντησή σου θα πρέπει να πλησιάζει το μήκος της περιφέρειας.

Αν δεν είσαι βέβαιος-η για τις απαντήσεις σου, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

0393 Θηλιές

Ακολουθούν όλα τα διαγράμματα που αφορούν σε έναν κόμπο και τρία τόξα:



Για 1 κόμπο και 4 τόξα υπάρχουν 9 διαφορετικά διαγράμματα.
Για 1 κόμπο και 5 τόξα έχουμε βρει 20 διαφορετικά διαγράμματα αλλά δεν είμαστε σίγουροι ότι έχουμε βρει όλες τις απαντήσεις.
Να προσπαθήσεις να βρεις έναν ασφαλή τρόπο ώστε να είσαι σίγουρος/η.

0394 Ομόκεντροι κύκλοι

Ένας πίνακας με βελάκια είναι ένα άλλο παράδειγμα ενός σχεδίου που κατασκευάζεται από ομόκεντρους κύκλους. Μπορείς να τον σχεδιάσεις;

0397 Πράξεις

Αριθμητική του ρολογιού

3. $4 \oplus 10 = 2$

4. α) $6 \oplus 7 = 1$ γ) $2 \oplus 6 = 8$ ε) $7 \oplus 7 = 2$
   β) $11 \oplus 4 = 3$ δ) $8 \oplus 5 = 1$ στ) $12 \oplus 12 = 12$

5.

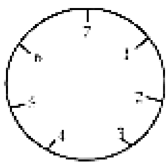
Δεύτερος αριθμός

Πρώτος αριθμός

⊕	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

6. {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 }

9.



Δεύτερος αριθμός

Πρώτος αριθμός

⊕	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	1
2	3	4	5	6	7	1	2
3	4	5	6	7	1	2	3
4	5	6	7	1	2	3	4
5	6	7	1	2	3	4	5
6	7	1	2	3	4	5	6
7	1	2	3	4	5	6	7

- Ναι.

Το σύνολο {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} είναι κλειστό ως προς την πράξη της «πρόσθεσης» $\oplus$.

Χρησιμοποιώντας κάρτες

2. Η κάρτα Β

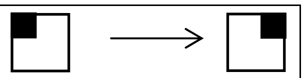
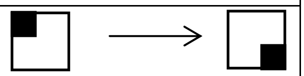
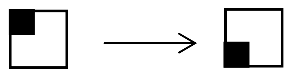
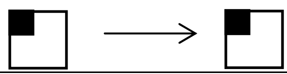
Δεύτερη κάρτα

Πρώτη κάρτα

πάνω από	A	B	C	D
A	A	D	A	D
B	D	B	B	D
C	A	B	C	D
D	D	D	D	D

3. Ναι. Το σύνολο {A, B, C, D} είναι κλειστό ως προς την πράξη «πάνω από».
4. C πάνω από A = **A**   A πάνω από C = **A**
   C πάνω από B = **B**   B πάνω από C = **B**
   C πάνω από C = **C**   C πάνω από C = **C**
   C πάνω από D = **D**   D πάνω από C = **D**
6. Το C είναι ουδέτερο στοιχείο.
7. Το C είναι το ουδέτερο στοιχείο του συνόλου {A, B, C, D} εφοδιασμένου με την πράξη «πάνω σε», γιατί δεν επιφέρει καμία αλλαγή.
8. Η σειρά που περιλαμβάνει το ουδέτερο στοιχείο είναι ίδια με την πρώτη οριζόντια σειρά του πίνακα.
   Η στήλη που περιλαμβάνει το ουδέτερο στοιχείο είναι ίδια με την πρώτη κάθετη στήλη του πίνακα.
9. Το ουδέτερο στοιχείο είναι το 12.
10. Το ουδέτερο στοιχείο του συνόλου των αριθμών του ρολογιού των Αρείων για την πράξη της «πρόσθεσης» είναι το 7.

Περιστροφή

A	περιστροφή 90°	
B	περιστροφή 180°	
C	περιστροφή 270°	
D	περιστροφή 360°	

4. Το A σε συνδυασμό με το B φέρουν το ίδιο αποτέλεσμα με το C.
5. A
6.

Δεύτερη εντολή

Πρώτη εντολή

πάνω από	A	B	C	D
A	B	C	D	A
B	C	D	A	B
C	D	A	B	C
D	A	B	C	D

7. Ναι. Όλα τα γράμματα στον πίνακα ανήκουν στο σύνολο {A, B, C, D}.
8. Το D είναι το ουδέτερο στοιχείο γιατί δεν επιφέρει καμία αλλαγή.

Κανονική πρόσθεση

1. Πίνακες όπως στο πρωτότυπο.

+	1	3	5	7
1	2	4	6	8
3	4	6	8	10
5	6	8	10	12
7	8	10	12	14

+	0	2	4	6
0	0	2	4	6
2	0	4	6	8
4	4	6	8	10
6	6	8	10	12

2. Όχι.
3. Όχι.
4. Όχι.
5. Ναι. Το ουδέτερο στοιχείο είναι το 0.
6.

+	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	9	15	21
5	5	15	25	35
7	7	21	35	49

+	0	2	4	6
0	0	0	0	0
2	0	4	8	12
4	0	8	16	24
6	0	12	24	36

α) Όχι, το σύνολο δεν είναι κλειστό.
β) Το 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο.

Όχι, το σύνολο δεν είναι κλειστό.
Δεν υπάρχει ουδέτερο στοιχείο.

Περιστρεφόμενος πίνακας

2. Το σύνολο {A, B, C} είναι κλειστό.
3. Το C είναι ουδέτερο στοιχείο γιατί δεν προκαλεί καμία αλλαγή.
5. A * B = C
   B * A = C

- Οι A και B, με όποια σειρά και αν συνδυαστούν, δίνουν ως αποτέλεσμα το C, το ουδέτερο στοιχείο. Επομένως, ο A είναι αντίστροφος του B και ο B είναι αντίστροφος του A.

6. Ο C είναι αντίστροφος του C (του εαυτού του).
7. Ο C είναι αντίστροφος του A.
8. Ο αντίστροφος αριθμός είναι ο 5.

Υπόλοιπα

1.

Δεύτερος αριθμός

Πρώτος αριθμός

⊕	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

2. Ναι. Το σύνολο {1, 2, 3, 4, 5, 6} είναι κλειστό.
3. Το ουδέτερο στοιχείο είναι το 1.
4. Ο αντίστροφος του 1 είναι ο 1.
   Ο αντίστροφος του 2 είναι ο 4.
   Ο αντίστροφος του 3 είναι ο 5.
   Ο αντίστροφος του 4 είναι ο 2.
   Ο αντίστροφος του 4 είναι ο 3.
   Ο αντίστροφος του 6 είναι ο 6.
5.

$\boxed{X}$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	0	2
3	3	2	1

6. α) Το σύνολο $\{1,2,3\}$ δεν είναι κλειστό ως προς την πράξη $\boxed{X}$.
   β) Ο αριθμός 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο.
   γ) Ο αριθμός 1 είναι ο αντίστροφος του 1 } Δηλαδή, οι αριθμοί 1 και 3
   Ο αριθμός 3 είναι ο αντίστροφος του } είναι αντίστροφοι των εαυτών τους.
   Ο αριθμός 2 δεν έχει αντίστροφο.

<u>Μια άσκηση</u>

1. α) Ναι
   β) Y
   γ) Ο αντίστροφος του X είναι ο Z.
   Ο Y είναι αντίστροφος του εαυτού του.
   Ο αντίστροφος του Z είναι ο X.
2. α) Ναι
   β) Όχι
   γ) Επομένως, δεν υπάρχουν αντίστροφοι.
3. α) Όχι
   β) 7
   γ) Είναι όλοι αντίστροφοι των εαυτών τους
4. α) Ναι
   β) A
   γ) Οι A και D είναι αντίστροφοι των εαυτών τους.
   Ο αντίστροφος του B είναι ο C.
   Ο αντίστροφος του C είναι ο B.
5.

:	K	L	M
K	L	M	K
L	M	K	L
M	K	L	M

Μεταθέσεις

2.

	E	F	G	H	J	K
E	K	H	J	F	G	E
F	J	K	H	G	E	F
G	H	J	K	E	F	G
H	G	E	F	J	K	H
J	F	G	E	K	H	J
K	E	F	G	H	J	K

α) Το σύνολο είναι κλειστό.
β) Ο K είναι το ουδέτερο στοιχείο.
γ) Οι E, F, G και K είναι αντίστροφοι του εαυτού τους.
Ο J είναι αντίστροφος του H.
Ο H είναι αντίστροφος του J.

0398 $4+3\times2$

1. $(2+3)\times4=20$
   ή $2+(3\times4)=14$

2. $10-(2+3)$
   ή $(10-2)+3$

3. $(4\times5)+(6-5)=21$
   ή $4\times(5+6-5)=24$
   ή $4\times(5+6)-5=39$

4. $16-(8-4-2-1)=15$
   ή $16-8-(4-2-1)=7$
   ή $16-8-4-(2-1)=3$
   ή $16-(8-4-2)-1=13$
   ή $16-(8-4)-(2-1)=11$
   ή $(16-8-4-2)-1=1$
   ή $16-8-(4-2)-1=5$
   ή $16-(8-4)-2-1=9$

5. 35
6. 9
7. 24
8. 2
9. 10
10. 18
11. 1
12. $((3+5)\times2)+7$
    $=(8\times2)+7$
    $=16+7$
    $=23$
13. $2\times(13-(15:3))$
    $=2\times(13-5)$
    $=2\times8$
    $=16$
14. $16:(16:(16:8))$
    $=16:(16:2)$
    $=16:8$
    $=2$
15. $(5\times4)-1=19$
16. $26+(3\times10)=32$
17. $24:(6+2)=3$
18. $(10-5)\times(2+7)=45$

0399 Κύβοι

Υπάρχουν 6 διαφορετικά ορθογώνια παραλληλεπίπεδα που μπορείς να δημιουργήσεις με 24 κύβους:

	Συνολικό εμβαδόν επιφάνειας σε τετραγωνικές μονάδες	Συνολικό μήκος ακμών σε μονάδες
$24 \times 1 \times 1$	$2[(24 \times 1) + (24 \times 1) + (1 \times 1)] = 98$	$4(24 + 1 + 1) = 104$
$12 \times 2 \times 1$	$2[(12 \times 2) + (12 \times 1) + (2 \times 1)] = 76$	$4(12 + 2 + 1) = 60$
$8 \times 3 \times 1$	$2[(8 \times 3) + (8 \times 1) + (3 \times 1)] = 70$	$4(8 + 3 + 1) = 48$
$6 \times 4 \times 1$	$2[(6 \times 4) + (6 \times 1) + (4 \times 1)] = 68$	$4(6 + 4 + 1) = 44$
$4 \times 3 \times 2$	$2[(4 \times 3) + (4 \times 2) + (3 \times 2)] = 52$	$4(4 + 3 + 2) = 36$
$6 \times 2 \times 2$	$2[(6 \times 2) + (6 \times 2) + (2 \times 2)] = 56$	$4(6 + 2 + 2) = 40$

- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μεγαλύτερο συνολικό εμβαδόν επιφάνειας είναι αυτό με διαστάσεις $24 \times 1 \times 1$.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μικρότερο συνολικό εμβαδόν επιφάνειας είναι αυτό με διαστάσεις $4 \times 3 \times 2$.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μεγαλύτερο συνολικό μήκος πλευράς είναι αυτό με διαστάσεις $24 \times 1 \times 1$.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μικρότερο συνολικό μήκος πλευράς είναι αυτό με διαστάσεις $4 \times 3 \times 2$.

Με 36 κύβους μπορείς να δημιουργήσεις 8 διαφορετικά μεταξύ τους ορθογώνια παραλληλεπίπεδα:

	Συνολικό εμβαδόν επιφάνειας σε τετραγωνικές μονάδες	Συνολικό μήκος ακμών σε μονάδες
$36 \times 1 \times 1$	$2[(36 \times 1) + (36 \times 1) + (1 \times 1)] = 146$	$4(36 + 1 + 1) = 152$
$18 \times 2 \times 1$	$2[(18 \times 2) + (18 \times 1) + (2 \times 1)] = 112$	$4(18 + 2 + 1) = 84$
$12 \times 3 \times 1$	$2[(12 \times 3) + (12 \times 1) + (3 \times 1)] = 102$	$4(12 + 3 + 1) = 64$
$9 \times 4 \times 1$	$2[(9 \times 4) + (9 \times 1) + (4 \times 1)] = 98$	$4(9 + 4 + 1) = 56$
$9 \times 2 \times 2$	$2[(9 \times 2) + (9 \times 2) + (2 \times 2)] = 80$	$4(9 + 2 + 2) = 52$
$6 \times 6 \times 1$	$2[(6 \times 6) + (6 \times 1) + (6 \times 1)] = 96$	$4(6 + 6 + 1) = 52$
$6 \times 3 \times 2$	$2[(6 \times 3) + (6 \times 2) + (3 \times 2)] = 72$	$4(6 + 3 + 2) = 44$
$4 \times 3 \times 3$	$2[(4 \times 3) + (4 \times 3) + (3 \times 3)] = 66$	$4(4 + 3 + 3) = 40$

- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μεγαλύτερο συνολικό εμβαδόν επιφάνειας είναι αυτό με διαστάσεις $36 \times 1 \times 1$.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μικρότερο συνολικό εμβαδόν επιφάνειας είναι αυτό με διαστάσεις $4 \times 3 \times 3$.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μεγαλύτερο συνολικό μήκος πλευράς είναι αυτό με διαστάσεις $36 \times 1 \times 1$.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με το μικρότερο συνολικό μήκος πλευράς είναι αυτό με διαστάσεις $4 \times 3 \times 3$.

Με 48 κύβους μπορείς να δημιουργήσεις 9 διαφορετικά ορθογώνια παραλληλεπίπεδα:

$48 \times 1 \times 1$ $24 \times 2 \times 1$ $8 \times 6 \times 1$ $8 \times 3 \times 2$ $12 \times 2 \times 2$

$16 \times 3 \times 1$ $6 \times 4 \times 2$ $12 \times 4 \times 1$ $4 \times 4 \times 3$

- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 48 × 1 × 1 έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν επιφάνειας (194 τετραγωνικές μονάδες) και το μεγαλύτερο συνολικό μήκος ακμών (200 μονάδες).
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 4 × 4 × 3 έχει το μικρότερο εμβαδόν επιφάνειας (80 τετραγωνικές μονάδες) και το μικρότερο συνολικό μήκος ακμών (44 μονάδες).

0400 Πτυσσόμενη συμμετρία

Να χαράξεις τον άξονα συμμετρίας σε καθένα από τα σχήματά σου.

0401 Προσθέσεις

Ποια μέθοδο χρησιμοποίησες για να προσθέσεις δεκαδικούς με το νου;

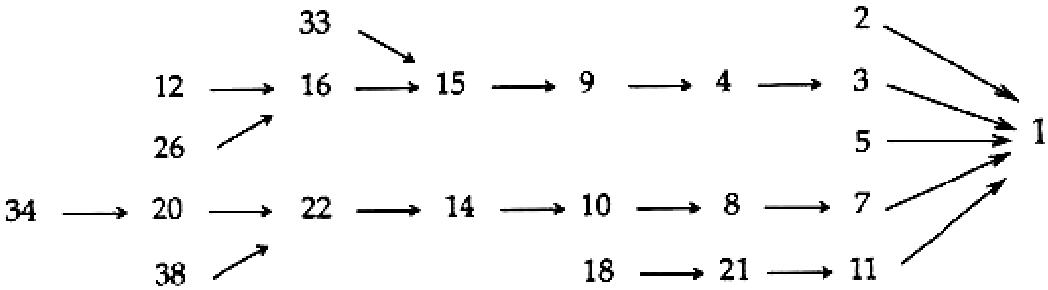
0402 Πρόσθεση κλασμάτων

1. $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$
2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$
3. $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$
4. $\frac{4}{7} + \frac{1}{3} = \frac{12}{21} + \frac{7}{21} = \frac{19}{21}$
5. $\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$
6. $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20} = 1\frac{11}{20}$
7. $\frac{3}{8} + \frac{7}{12} = \frac{9}{24} + \frac{14}{24} = \frac{23}{24}$
8. $\frac{5}{6} + \frac{8}{9} = \frac{15}{18} + \frac{16}{18} = \frac{31}{31} = 1\frac{13}{18}$
9. $\frac{5}{7} + \frac{3}{5} = \frac{25}{35} + \frac{21}{35} = \frac{46}{35} = 1\frac{11}{35}$
10. $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} = \frac{8}{56} + \frac{7}{56} = \frac{15}{56}$

Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν, αν έχεις επιλέξει να προσθέσεις διαφορετικά ισοδύναμα κλάσματα. Παρόλα αυτά, οι απαντήσεις σου πρέπει να είναι κλάσματα ισοδύναμα με αυτά των απαντήσεων που έχουν δοθεί παραπάνω. Αν δεν είσαι σίγουρος-η, να ελέγξεις τις απαντήσεις σου με το δάσκαλό σου.

0403 Αλυσίδα παραγόντων

Αυτό είναι μέρος μιας αλυσίδας παραγόντων.



- Τι θα συμβεί αν ξεκινήσεις μια αλυσίδα παραγόντων από τους αριθμούς 6 ή 28; Οι Έλληνες θεωρούσαν ότι αριθμοί όπως ο 6 ή ο 28 παρουσίαζαν ενδιαφέρον και τους ονόμασαν τέλειους αριθμούς.

0406 Διπλή τσάκιση

Να χαράξεις τους δύο άξονες συμμετρίας στο σχήμα σου.

0409 Καρφάκια

- Το λαστιχάκι ακουμπάει σε 9 καρφάκια στην περίμετρο.
- Υπάρχουν 2 καρφάκια στο εσωτερικό.
- Το εμβαδόν του σχήματος είναι $5\frac{1}{2}$ τετράγωνα.

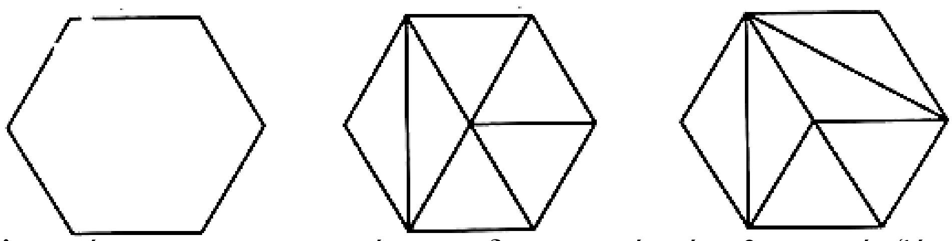
Υπάρχουν τρεις μεταβλητές στη συγκεκριμένη έρευνα, τα καρφάκια στην περίμετρο (p), τα καρφάκια στο εσωτερικό (n) και το εμβαδόν (Ε). Να δοκιμάσεις αρκετά σχήματα με δύο καρφάκια στο εσωτερικό και να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου σε πίνακα, προσπαθώντας να τα κατατάξεις με βάση το μέγεθος.

Καρφάκια στο εσωτερικό (n)	Καρφάκια στην περίμετρο (p)	Εμβαδόν (Ε)
2	6	4
2	7	$4\frac{1}{2}$
2	8	5
2	9	$5\frac{1}{2}$
2	.	.
2	.	.
2	.	.
2	p	.

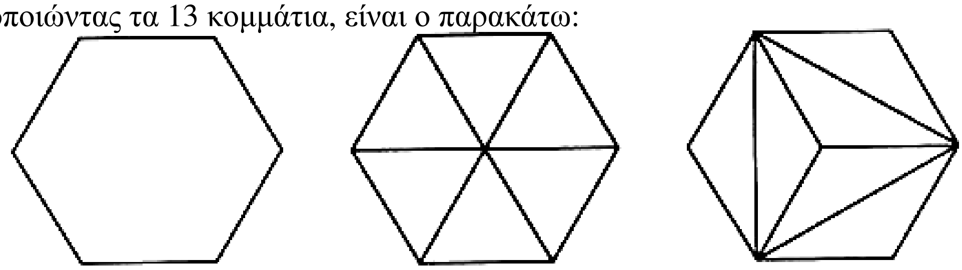
Να περιγράψεις τι συμβαίνει όταν υπάρχουν 0 καρφάκια, 1 καρφάκι, 3 καρφάκια, …n καρφάκια στο εσωτερικό.

0411 Τομή εξαγώνου

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις τα 13 κομμάτια για να κατασκευάσεις 3 εξάγωνα με διαφορετικό τρόπο, όπως παρακάτω:



.
Ένας άλλος τρόπος για να κατασκευάσεις με διαφορετικό τρόπο 3 χωριστά εξάγωνα, χρησιμοποιώντας τα 13 κομμάτια, είναι ο παρακάτω:

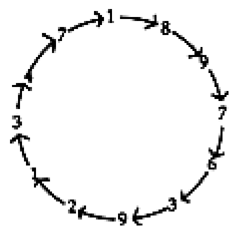


0412 Κλειστές αλυσίδες

- Κάθε αριθμός στην κλειστή αλυσίδα προκύπτει προσθέτοντας τους δύο προηγούμενους αριθμούς, διαιρώντας το αποτέλεσμα με το 10 και γράφοντας το υπόλοιπο.

Αυτό ονομάζεται αριθμητική modulo (μόντουλο).

- Αυτή η διαδοχή δεν συνεχίζεται απεριόριστα.
- Υπάρχουν συνολικά 6 κλειστές αλυσίδες (συμπεριλαμβάνεται και η κλειστή αλυσίδα $0 \rightarrow 0$)

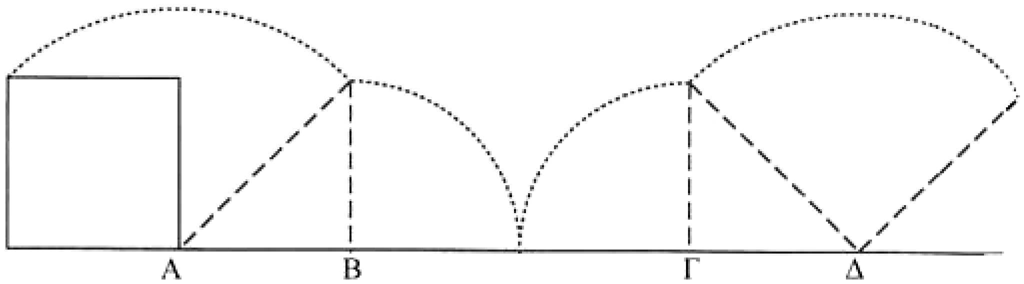


Αυτή είναι μια κλειστή αλυσίδα με 12 στοιχεία:
Ποιο είναι το άθροισμα των διαμετρικά αντίθετων αριθμών;
Ποιο είναι το άθροισμα όλων των αριθμών σε αυτόν τον κύκλο;
Να απαντήσεις στις ίδιες ερωτήσεις και για τις άλλες κλειστές αλυσίδες.

Σε διερευνητικές δραστηριότητες όπως αυτή, είναι σημαντικό να οργανώσεις την εργασία σου σε φάσεις, για να αποφύγεις τις επαναλήψεις. Ένας τρόπος θα ήταν να φτιάξεις έναν πίνακα που θα περιλαμβάνει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αριθμών. Θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις διαφορετικά χρώματα, για να δηλώσεις τις διαφορετικές κλειστές αλυσίδες.

0415 Ακολούθησε το μονοπάτι

- Το σχεδιάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζει τη διαδρομή της γωνίας του τετραγώνου των 3εκ., καθώς αυτό περιστρέφεται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής.



- Η διαδρομή θα μπορούσε να περιγραφεί ως:
  ένα τεταρτημόριο κύκλου με ακτίνα 4,2εκ. και κέντρο το Α, το οποίο ακολουθείται από
  ένα τεταρτημόριο κύκλου με ακτίνα 3εκ. και κέντρο το Β, το οποίο ακολουθείται από
  ένα τεταρτημόριο κύκλου με ακτίνα 3εκ. και κέντρο το Γ, το οποίο ακολουθείται από
  ένα τεταρτημόριο κύκλου με ακτίνα 4,2εκ. και κέντρο το Δ……
- Πώς θα μπορούσες να περιγράψεις τη διαδρομή που ακολουθεί το κέντρο του τετραγώνου;
- Θα μπορούσες να περιγράψεις τη διαδρομή των δικών σου σχημάτων με παρόμοιο τρόπο.

0417 Σχήματα από σπάγκο

Το εμβαδόν της επιφάνειας του σχήματος είναι πιθανό να κυμαίνεται ανάμεσα στις τιμές 0 τ.εκ. – 103 τ.εκ. κατά προσέγγιση τετραγωνικού εκατοστού (τ.εκ.).
Ακολουθούν κάποιες υποδείξεις που μπορείς να λάβεις υπόψη, καθώς εξετάζεις τις πιθανές τιμές εμβαδού επιφανειών.

- Να προσπαθείς να εξετάζεις μόνο έναν τύπο σχήματος κάθε φορά. Π.χ. ορθογώνια.
  Ποιο είναι το μεγαλύτερο ορθογώνιο;
  Ποιο είναι το μικρότερο ορθογώνιο;
- Να εξετάσεις τι συμβαίνει και με άλλα σχήματα όπως τα τρίγωνα, τα εξάγωνα..…
  Ποιο τρίγωνο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν επιφάνειας;
  Ποιο εξάγωνο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν επιφάνειας;
- Ποιο είναι το μεγαλύτερο σχήμα που μπορείς να δημιουργήσεις;
- Να εξετάσεις κανονικά πολύγωνα με βάση τον αριθμό των πλευρών τους.

Ίσως είναι καλή ιδέα να χρησιμοποιήσεις ένα λογιστικό φύλλο, για να υπολογίσεις γρηγορότερα τα αποτελέσματα. Ακολουθεί τμήμα λογιστικού φύλλου που αφορά σε όλα τα πιθανά ορθογώνια που οι πλευρές τους έχουν μήκος ακέραιο αριθμό.

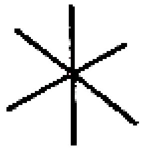
Ύψος	Πλάτος	Εμβαδόν
1	17	17
2	16	32
3	15	45
4	14	56
5	13	65
6	12	72
7	11	77
8	10	80
9	9	81
10	8	80

Η γραφική παράσταση αυτών των αποτελεσμάτων θα επιτρέψει να δεις το ορθογώνιο με το μεγαλύτερο εμβαδόν επιφάνειας πιο εύκολα.

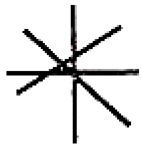
0421 Σημεία διασταύρωσης

Υπόδειξη: Πριν ξεκινήσεις την έρευνά σου είναι απαραίτητο να αποφασίσεις πώς θα ορίσεις την τομή περισσότερων από δύο ευθειών.

Το σχήμα δείχνει μόνο μία τομή;



Πόσες τομές δείχνει αυτό το σχήμα;



Με 2 διασταυρώσεις και 3 τελείες έχουμε 3 τομές.
Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει το τι συμβαίνει, αν έχουμε 2 διασταυρώσεις και διαφορετικούς αριθμούς από τελείες.

Αριθμός διασταυρώσεων	Αριθμός τελειών	Αριθμός τομών
2	3	3
2	4	6
2	5	.
2	6	.
2	7	.
2	8	.

Να εξετάσεις και να περιγράψεις όποιους κανόνες ισχύουν για τον αριθμό των τομών.
Μπορείς να διακρίνεις και να διατυπώσεις το γενικό κανόνα;
Αν ξεκινήσεις με 3 διασταυρώσεις, υπάρχουν 2 διαφορετικές μορφές τομών:

- Σημεία στα οποία 2 ευθείες τέμνονται
- Σημεία στα οποία 3 ευθείες τέμνονται

Αριθμός διασταυρώσεων	Αριθμός τελειών	Αριθμός σημείων στα οποία τέμνονται 2 ευθείες	Αριθμός σημείων στα οποία τέμνονται 3 ευθείες
3	3	6	1
3	4	.	.
3	5	.	.
3	6	.	.
3	7	.	.

Να εξετάσεις τι συμβαίνει:

- αν ξεκινήσεις με 4 διασταυρώσεις;
- αν ξεκινήσεις με τελείες και διασταυρώσεις που δεν κατανέμονται με ομοιόμορφο τρόπο;
- αν ξεκινήσεις με τελείες και διασταυρώσεις πάνω σε κάθετες ευθείες;

0422 Μερικά αθροίσματα

Ο αριθμός 45 μπορεί να προκύψει με 5 διαφορετικούς τρόπους:
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10
7 + 8 + 9 + 10 + 11
14 + 15 + 16
22 + 23
Επίσης, υπάρχουν 5 τρόποι για να εκφραστούν αριθμοί όπως οι 63, 75, 81, 90, 99,…… ως άθροισμα διαδοχικών αριθμών.
Εξετάζοντας 2, 3, 4, 5, 6, 7 και 8 διαδοχικούς αριθμούς, μπορείς να βρεις αθροίσματα διαδοχικών αριθμών για τους πρώτους 100 αριθμούς εκτός από τον αριθμό 88 και τις δυνάμεις του 2.
Είναι σημαντικό να αναζητήσουμε τους κανόνες που ισχύουν. Αυτοί προκύπτουν μετά από συστηματική διερεύνηση. Για παράδειγμα, ποιοι αριθμοί μπορούν να εκφραστούν ως άθροισμα:

- Δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών 3, 5, 7, 9, 11, ………
- Τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών 6, 9, 12, 15, 18, ………
- Τεσσάρων διαδοχικών φυσικών αριθμών 10, 14, 18, 22, 26, ………
- Πέντε διαδοχικών φυσικών αριθμών 15, 20, 25, 30, 35, ………

:
:
:

Να περιγράψεις τους κανόνες που παρατηρείς.

- Πώς αυξάνονται οι αριθμοί σε κάθε ακολουθία;
- Ποιος είναι ο πρώτος αριθμός σε κάθε περίπτωση;
- Μπορείς να γράψεις έναν κανόνα για κάθε περίπτωση;
- Μπορείς να διατυπώσεις ένα γενικό κανόνα, ο οποίος να περιγράφει πόσα αθροίσματα διαδοχικών αριθμών έχει κάθε αριθμός;

0423 Αριθμητική με το ρολόι

1.	9	7.	7	13.	11
2.	1	8.	7	14.	12
3.	2	9.	1	15.	12
4.	6	10.	11	16.	2
5.	9	11.	5	17.	7
6.	8	12.	1	18.	12

0424 Πόσες διαδρομές;

1.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**
Α	0	0	1	2
Β	0	0	1	0
Γ	1	1	0	1
Δ	2	0	1	0

2.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**
Α	0	1	1	1
Β	1	0	1	1
Γ	1	1	0	1
Δ	1	1	1	0

3.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**
Α	0	1	0	2	0
Β	1	0	2	0	0
Γ	0	2	0	1	0
Δ	2	0	1	0	1
Ε	0	0	0	1	0

4.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**
Α	2	1	0	0
Β	1	0	1	2
Γ	0	1	0	0
Δ	0	2	0	2

.

5.

	Κ	**Λ**	**Μ**	**Ν**
Κ	2	1	0	0
Λ	1	0	1	2
Μ	0	1	0	0
Ν	0	2	0	2

6. Οι τελευταίοι δύο πίνακες είναι ίδιοι. Αυτό συμβαίνει γιατί τα δίκτυα είναι τοπολογικά ισοδύναμα.

0426 Προσπελάσιμα δίκτυα

1. Ναι 2. Ναι 3. Ναι 4. Ναι
5. Όχι 6. Όχι 7. Ναι 8. Όχι
9.

	Αριθμός περιττών κόμπων	Αριθμός άρτιων κόμπων	Είναι προσπελάσιμο; Ναι ή όχι;
1.	2	4	Ναι
2.	0	4	Ναι
3.	0	5	Ναι
4.	2	1	Ναι
5.	4	1	Όχι
6.	8	0	Όχι
7.	2	3	Ναι
8.	4	2	Όχι

10. Αν ο αριθμός περιττών κόμβων είναι 2 ή μικρότερος από 2, τότε το δίκτυο είναι προσπελάσιμο.
11. Ο κανόνας ισχύει για τα δίκτυα που έχεις σχεδιάσει; Αν δεν ισχύει, να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει τα αποτελέσματά σου.

0428 Λογικές αλυσίδες

Μπόρεσες να κατασκευάσεις μια λογική αλυσίδα με μία διαφορά, χρησιμοποιώντας και τα 64 λογικά μπλοκ;

O429 Υπολογισμός τετραγώνων

1. $3^2 < 3{,}8^2 < 4^2$
   $9 < 3{,}8^2 < 16$
   $3{,}8^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 14.

2. $4^2 < 4{,}3^2 < 5^2$
   $16 < 4{,}3^2 < 25$
   $4{,}3^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 19.

3. $6^2 < 6{,}4^2 < 7^2$
   $36 < 6{,}4^2 < 49$
   $6{,}4^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 41.

4. $7^2 < 7{,}5^2 < 8^2$
   $49 < 7{,}5^2 < 64$
   $7{,}5^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 56.

5. $1^2 < 1{,}2^2 < 4$
   $1 < 1{,}2^2 < 4$
   $1{,}2^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 1,5.

6. $14^2 < 14,1^2 < 15^2$
$196 < 14,1^2 < 225$
$14,1^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 199.

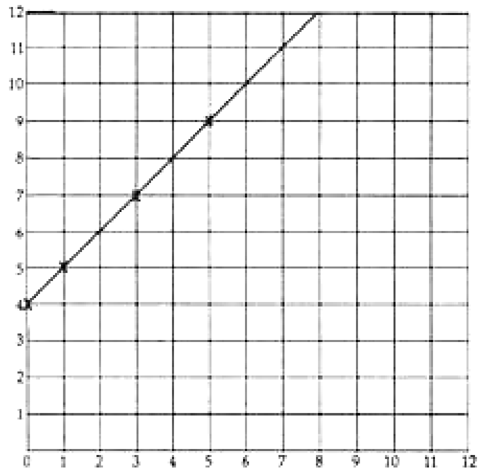
7. $11^2 < 11,7^2 < 12^2$
$121 < 11,7^2 < 144$
$11,7^2$ είναι κατά προσέγγιση ίσο με 136.

Οι προσεγγίσεις σου πιθανόν να μην είναι ακριβώς οι ίδιες. Μπορείς να ελέγξεις πόσο ακριβής ήσουν χρησιμοποιώντας ένα κομπιουτεράκι.

0430 Παράλληλες ευθείες

1.

x	→	x + 4	
0	→	4	(0, 4)
1	→	5	(1, 5)
3	→	7	(3, 7)
5	→	9	(5, 9)



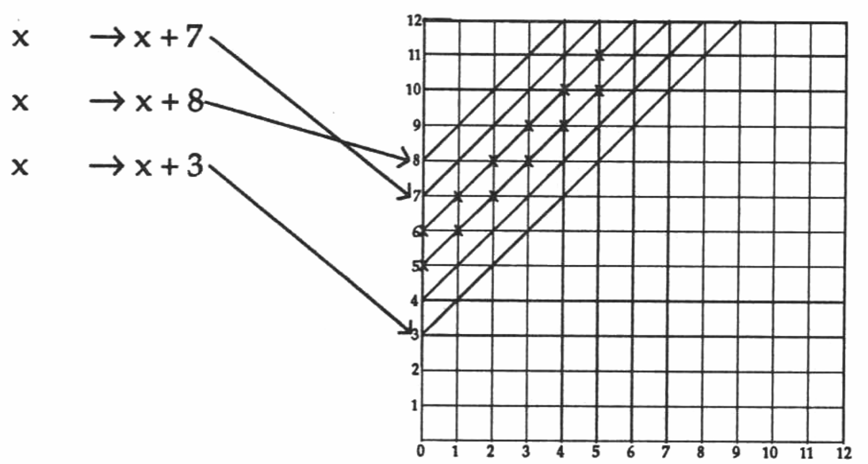
3. Ναι, όλα τα σημεία στην ευθεία ακολουθούν τον κανόνα x → x + 4.

4.

x	→	x + 5	
0	→	5	(0, 5)
1	→	6	(1, 6)
2	→	7	(2, 7)
3	→	8	(3, 8)
4	→	9	(4, 9)
5	→	10	(5, 10)

x	→	x + 6	
0	→	6	(0, 6)
1	→	7	(1, 7)
2	→	8	(2, 8)
3	→	9	(3, 9)
4	→	10	(4, 10)
5	→	11	(5, 11)

5.



6. Είναι όλες παράλληλες.
7. α) Η γραμμή x → x + 4 τέμνει τον άξονα y στο σημείο (0, 4)
   β) Η γραμμή x → x + 7 τέμνει τον άξονα y στο σημείο (0, 7)
   Η γραμμή x → x + 8 τέμνει τον άξονα y στο σημείο (0, 8)
   Η γραμμή x → x + 3 τέμνει τον άξονα y στο σημείο (0, 3)
   γ) Η γραμμή x → x + 12 τέμνει τον άξονα y στο σημείο (0, 12)

Οποιαδήποτε απεικόνιση της μορφής x → mx + c τέμνει τον άξονα y στο σημείο c.

0431 Ο Πύργος του Ανόι

Είναι πιο εύκολο να εντοπίσεις τον κανόνα, αν ξεκινήσεις με 3 δίσκους. Για 3 δίσκους, ο μικρότερος αριθμός κινήσεων είναι 7.

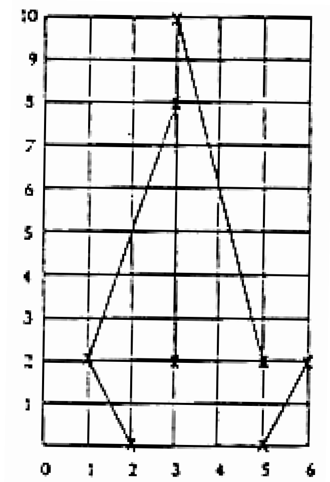
3 δίσκοι → 7 κινήσεις
4 δίσκοι → 15 κινήσεις
5 δίσκοι → 31 κινήσεις

Μπορείς να διακρίνεις κάποιο κανόνα για ένα *οποιοδήποτε* αριθμό από δίσκους;

0432 Εικόνες που κινούνται

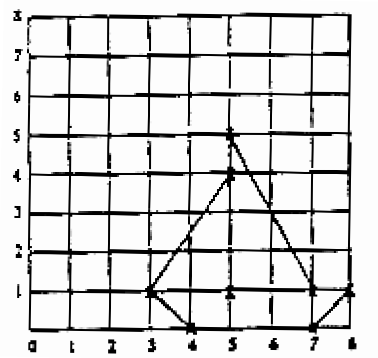
1. (3,5) (3,4) (1,1) (3,1) (5,1) (6,1) (2,0) (5,0)

2. (3,10) (3,8) (1,2) (3,2) (5,2) (6,2) (2,0) (5,0)



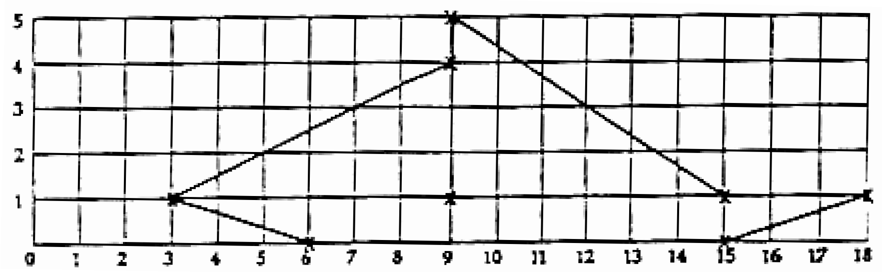
Η εικόνα έχει διπλασιαστεί σε ύψος.

3. (5,5) (5,4) (3,1) (5,1) (7,1) (8,1) (4,0) (7,0)



Η εικόνα έχει μεταφερθεί δύο τετράγωνα προς τα δεξιά.

4. (9,5) (9,4) (3,1) (9,1) (15,1) (18,1) (6,0) (15,0)



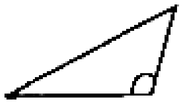
Η εικόνα έχει τριπλασιαστεί σε πλάτος.

5. Η εικόνα θα τριπλασιαστεί σε ύψος.
6. Η εικόνα θα μετακινηθεί δύο τετράγωνα προς τα πάνω.

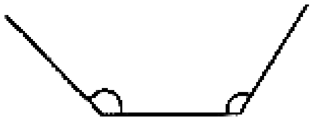
0433 Οξεία/αμβλεία

1.

2.

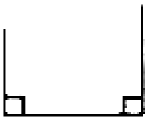


3.



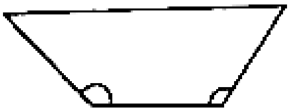
Αδύνατο

4.



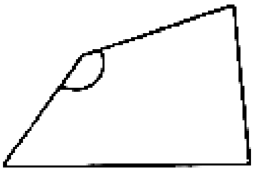
Αδύνατο

5.



6.

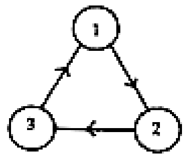
7.



8. Αν οι τρεις γωνίες είναι ορθές, τότε
και η τρίτη πρέπει να είναι ορθή.

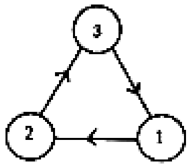
0435 Κυκλικές κινήσεις

Αν ξεκινήσεις με τρεις αριθμούς, τότε υπάρχουν οι παρακάτω περιπτώσεις:



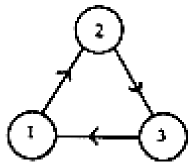
1 → 2 → 1 → 2…..
και 3 → 3 → 3 → 3….

ή



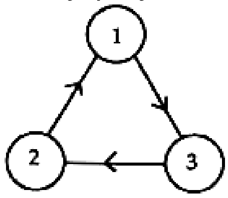
3 → 3 → 3 → ….
και 1 → 2 → 1 → 2 → ……

ή

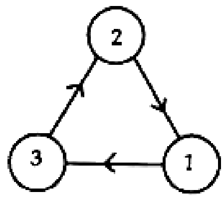


2 → 1 → 2 → 1 → …..
και 3 → 3 → 3 → 3 → ….

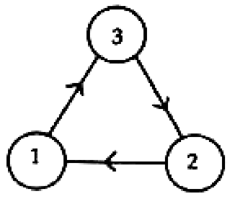
Μπορείς να εξηγήσεις για ποιο λόγο οι παραπάνω τρεις περιπτώσεις δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα;
Άλλες τρεις πιθανές περιπτώσεις θα μπορούσαν να είναι οι παρακάτω:



και



και



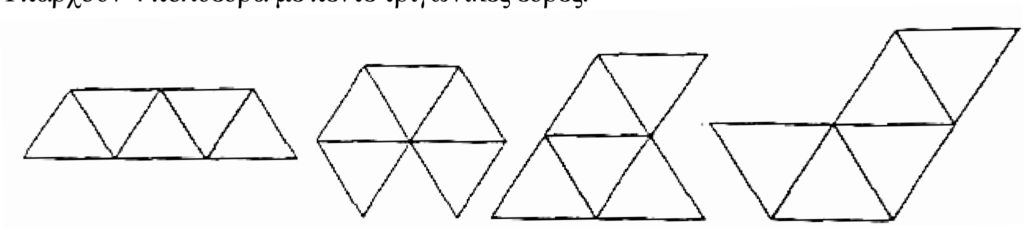
που και οι τρεις δίνουν: 1 → 3 → 3 → …..
2 → 3 → 3 → …..
3 → 3 → 3 → …..

Επομένως, υπάρχουν δύο διαφορετικές πιθανότητες με τρεις αριθμούς. Ένας τρόπος καταγραφής των αποτελεσμάτων θα μπορούσε να είναι: (1, 2, 3) → (1, 2), (3)
(1, 3, 2) → (3)

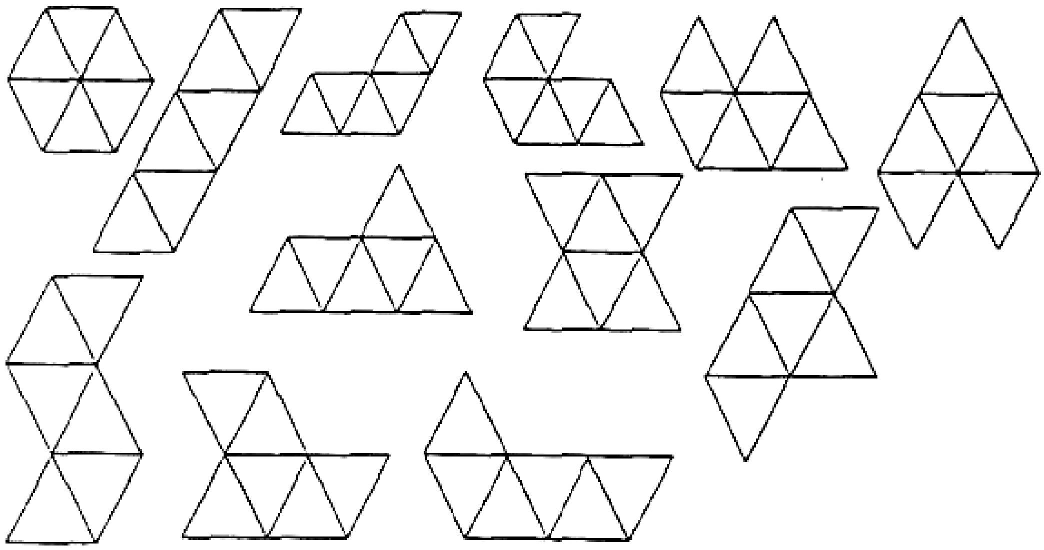
Μπορείς να εξηγήσεις το λόγο;
Με 4 αριθμούς υπάρχουν 6 διαφορετικές περιπτώσεις. Μπορείς να τις βρεις όλες; Πόσες από αυτές σού επιτρέπουν να επιστρέψεις σε κάθε θέση;

0436 Πολύεδρα με τριγωνικές έδρες

Υπάρχουν 4 πολύεδρα με πέντε τριγωνικές έδρες.



Υπάρχουν 12 πολύεδρα με 6 τριγωνικές έδρες.



Αν βρεις περισσότερα, να ελέγξεις αν τα σχήματα διαφέρουν πραγματικά και δεν έχουν προκύψει από περιστροφή ή με συμμετρία.

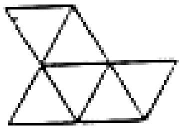
Αριθμός ισόπλευρων τριγώνων		Αριθμός διαφορετικών πολύεδρων με τριγωνική έδρα
1	→	1
2	→	1
3	→	1
4	→	3
5	→	4
6	→	12
.		.
.		.
.		.

Υπάρχει κάποιος κανόνας;

Συναρμολόγηση των πολύεδρων με τριγωνική έδρα

Τρία από τα τέσσερα πολύεδρα με πέντε τριγωνικές έδρες συναρμολογούνται χρησιμοποιώντας περιστροφές 180° και παράλληλες μεταφορές. Μπορείς να τα βρεις; Το τέταρτο πολύεδρο με πέντε τριγωνικές έδρες δεν συναρμολογείται αλλά δημιουργεί ένα ενδιαφέρον σχέδιο όταν περιστραφεί κατ' επανάληψη κατά 60°.

Τα πολύεδρα με 6 τριγωνικές έδρες θα συναρμολογηθούν όλα εκτός από το



Υπάρχει κάποιο από τα πολύεδρα με 6 τριγωνικές έδρες που να δημιουργεί ενδιαφέροντα σχέδια με περιστροφή;

Αναπτύγματα στερεών από πολύεδρα με τριγωνική έδρα

Ο πιο λογικός τρόπος για να προσεγγίσεις αυτήν την ερώτηση είναι να δεις ποια στερεά θα μπορούσαν να κατασκευαστούν.
Δεν υπάρχουν στερεά με 2, 3 ή 5 τριγωνικές έδρες.
Δύο από τα τρία πολύεδρα με 4 τριγωνικές έδρες είναι αναπτύγματα του τετραέδρου. Ποια είναι αυτά;

Μπορείς να βρεις τα 5 πολύεδρα με 6 τριγωνικές έδρες, τα οποία είναι αναπτύγματα;
Τα πολύεδρα με 7 τριγωνικές έδρες, τα οποία είναι αναπτύγματα;
Τα πολύεδρα με 8 τριγωνικές έδρες, τα οποία είναι αναπτύγματα;

<u>0437 Σκάκι</u>

5 παίκτες: (να τους ονομάσεις Α, Β, Γ, Δ και Ε)

Συνολικός αριθμός παιχνιδιών

Ο Α παίζει με Β, Γ, Δ, Ε — 4

Ο Β παίζει με Γ, Δ, Ε — 3

2

Ο Γ παίζει με Δ, Ε — 1

4+3+2+1=10

Σημείωση: $\frac{5\times 4}{2}=10$

Ο Δ παίζει με Ε

4 παίκτες: 3+2+1 = 6 παιχνίδια $\frac{4\times 3}{2}=6$

7 παίκτες : 6+5+4+3+2+1 = 21 παιχνίδια

.

.

.

.

n παίχτες . . .

0443 Ποιος νίκησε;

Τα κορίτσια νίκησαν. Ένας τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι ο παρακάτω:
Το 240 είναι πολλαπλάσιο του 60 και του 80.

$$\frac{47}{60} \xrightarrow[\times 4]{\times 4} = \frac{188}{240} \quad \text{και} \quad \frac{61}{80} \xrightarrow[\times 3]{\times 3} = \frac{183}{240}$$

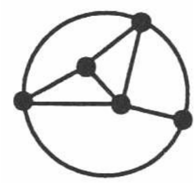
$$\frac{188}{240} > \frac{183}{240}$$

Επομένως, $\frac{47}{60} > \frac{61}{80}$

Επίσης, θα μπορούσες να μετατρέψεις τα κλάσματα σε δεκαδικούς ή ποσοστά…..

0445 Σημεία και γραμμές

Σε μια ομάδα 5 σημείων, το καθένα από αυτά **δεν μπορεί** να συνδεθεί με καθένα από τα υπόλοιπα σημεία.



Μπορούν να σχεδιαστούν 9 γραμμές.

Ο παρακάτω πίνακας μπορεί να σε βοηθήσει να μελετήσεις τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει.

Σημεία	Ευθείες	Περιοχές
3	3	2
4		
5		

Να εξετάσεις τον πίνακα για να εντοπίσεις κάποιους κανόνες και να τους αιτιολογήσεις.

Υπόδειξη: Πόσα σημεία βρίσκονται πάνω στη συνορογραμμή ή αλλιώς στο σύνορο;

0448 Αγαπημένα χρώματα

1. 2
2. 5
3. 4
4. 4
5. 3
6. 13

- Να δείξεις στο δάσκαλο της τάξης το κυκλικό διάγραμμα που έχεις κάνει για το αγαπημένο χρώμα των συμμαθητών σου.

0450 Πείραγμα ή κέρασμα;

Αν η Καίτη μοίρασε ένα κουτί με γλυκά σε 4 «τέρατα» και της περίσσεψαν 2 γλυκά, τότε ο αριθμός των γλυκών που περιείχε το κουτί θα ήταν:

4 + 2 ή

4 + 4 + 2 ή

4 + 4 + 4 + 2 …..

δηλαδή 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, …..

Αν η Καίτη μοίρασε ένα κουτί γλυκά σε 5 «φαντάσματα» και της περίσσεψε 1 γλυκό, τότε τα γλυκά που θα περιείχε το κουτί θα ήταν:

5 + 1 ή

5 + 5 + 1 ή

5 + 5 + 5 + 1 ….

δηλαδή 6, 11, 16, 21, 26, 31 ….

Επομένως, το κουτί θα μπορούσε να περιέχει 6, 26, 46, ….γλυκά.

Τι παρατηρείς σε αυτούς τους αριθμούς;

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις λογιστικό φύλλο για να επιλύσεις το πρόβλημα των «σκελετών» και του «Φραγκεστάιν» και δικά σου παρόμοια προβλήματα.

0452 Μέσα ή έξω

Παρατηρώντας το σχήμα, είναι πολύ δύσκολο να προσδιορίσεις αν το Α ή το Β βρίσκονται μέσα ή έξω.

1. Κάθε γραμμή από το Α τέμνει την καμπύλη 15, 25, 19, 23 και 23 φορές.

2. Ο αριθμός των σημείων στα οποία όλες οι γραμμές θα τέμνουν την καμπύλη είναι ζυγός αριθμός.

3. Αν το σημείο είναι **μέσα** στην καμπύλη, οι γραμμές την τέμνουν μονό αριθμό φορών.
   Αν το σημείο είναι **έξω** από την καμπύλη, οι γραμμές την τέμνουν ζυγό αριθμό φορών.

4. Το Γ είναι έξω από την καμπύλη.
   Το Δ είναι μέσα στην καμπύλη.
   Το Ε είναι έξω από την καμπύλη.
   Το Ζ είναι έξω από την καμπύλη.
   Το Η είναι έξω από την καμπύλη.

0453 Τι μπορώ να φορέσω;

1.

Μαύρο	Κίτρινο	→	Μαύρο παντελόνι, κίτρινο πουκάμισο
	Πράσινο	→	Μαύρο παντελόνι, πράσινο πουκάμισο
	Ροζ	→	Μαύρο παντελόνι, ροζ πουκάμισο
Καφέ	Κίτρινο	→	Καφέ παντελόνι, κίτρινο πουκάμισο
	Πράσινο	→	Καφέ παντελόνι, πράσινο πουκάμισο
	Ροζ	→	Καφέ παντελόνι, ροζ πουκάμισο

2. Υπάρχουν 12 δυνατότητες.

Μαύρο	Κίτρινο	Κόκκινο	Μαύρο παντελόνι, κίτρινο πουκάμισο, κόκκινη γραβάτα
		Μπλε	Μαύρο παντελόνι, κίτρινο πουκάμισο, μπλε γραβάτα
	πράσινο	Κόκκινο	Μαύρο παντελόνι, πράσινο πουκάμισο, κόκκινη γραβάτα
		Μπλε	Μαύρο παντελόνι, πράσινο πουκάμισο, μπλε γραβάτα
	Ροζ	Κόκκινο	Μαύρο παντελόνι, ροζ πουκάμισο, κόκκινη γραβάτα
		Μπλε	Μαύρο παντελόνι, ροζ πουκάμισο, μπλε γραβάτα
Καφέ	Κίτρινο	Κόκκινο	Καφέ παντελόνι, κίτρινο πουκάμισο, κόκκινη γραβάτα
		Μπλε	Καφέ παντελόνι, κίτρινο πουκάμισο, μπλε γραβάτα
	Πράσινο	Κόκκινο	Καφέ παντελόνι, πράσινο πουκάμισο, κόκκινη γραβάτα
		Μπλε	Καφέ παντελόνι, πράσινο πουκάμισο, μπλε γραβάτα
	Ροζ	Κόκκινο	Καφέ παντελόνι, ροζ πουκάμισο, κόκκινη γραβάτα
		Μπλε	Καφέ παντελόνι, ροζ πουκάμισο, μπλε γραβάτα

3.

Σου	Κινηματογράφος	
	Πάρτυ	
	Ντίσκο	
Χρήστος	Κινηματογράφος	
	Πάρτυ	9 δυνατότητες
	Ντίσκο	
Άλεξ	Κινηματογράφος	
	Πάρτυ	
	Ντίσκο	

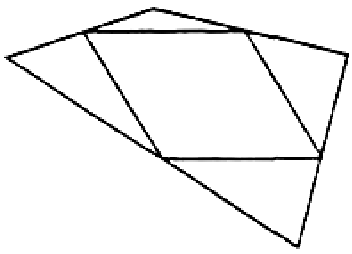
4.

- Λεωφορείο
  - Τρένο
    - Ταξί
    - Με τα πόδια
  - Υπόγειος
    - Ταξί
    - Με τα πόδια
- Υπόγειος
  - Τρένο
    - Ταξί
    - Με τα πόδια
  - Υπόγειος
    - Ταξί
    - Με τα πόδια

8 δυνατότητες

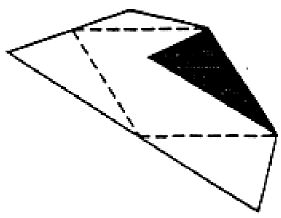
<u>0455 Μέσα πλευρών</u>

3. Πρέπει να έχεις βρει ότι το νέο τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο.



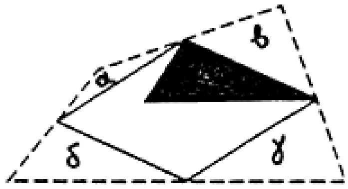
Τι σχήμα προέκυψε όταν το αρχικό τετράπλευρο ήταν τετράγωνο, ρόμβος, ορθογώνιο, χαρταετός κ.λπ.

4. Τα τρίγωνα, όταν διπλωθούν, δεν ταιριάζουν **πάντα** στο κεντρικό σχήμα αλλά ταιριάζουν μερικές φορές.



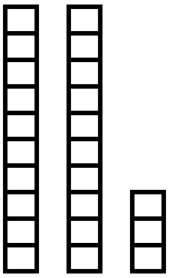
Με ποια σχήματα θα ξεκινήσεις, ώστε αυτά να μπορούν να ταιριάξουν;

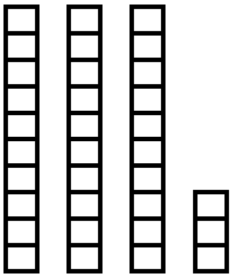
5. Αν κόψεις τα 4 τρίγωνα και τα τοποθετήσεις μέσα στο τετράπλευρο, θα **ταιριάζουν πάντοτε.**
Στην περίπτωση αυτή, το τρίγωνο δ έχει μεταφερθεί.

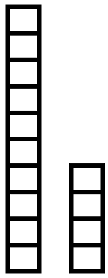


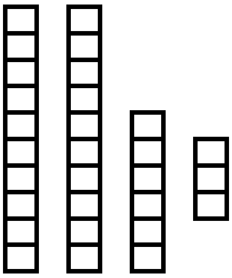
Πώς έχουν μετασχηματιστεί τα άλλα τρίγωνα; Προσπάθησε να βρεις και να διατυπώσεις έναν κανόνα.

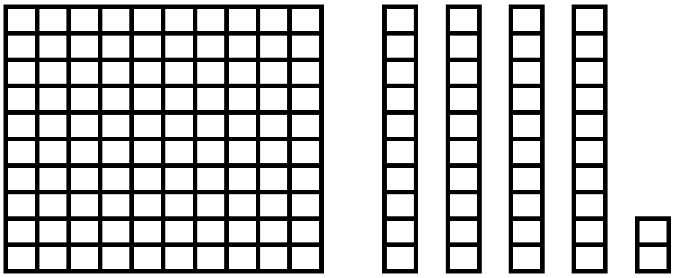
0457 Εικόνες αριθμών

1. 
23

2. 
33

3. 
14

4. 
29

5. 
142

6. **35**	7. **43**	
8. **14**	9. **101**	10. **20**
11. **127**	12. **65**	
13. **10**	14. **6**	15. **11**

0458 Προσθέτοντας αριθμούς

1. 38	2. 34	3. 58	4. 45	5. 89
6. 77	7. 55	8. 147	9. 138	10. 379

0459 Προσθέτοντας κυβάκια

1. 52	2. 71	3. 85	4. 70	5. 30
6. 60	7. 110	8. 117	9. 60	10. 163

0460 Συνέχισε να προσθέτεις

1. 42	2. 73	3. 77	4. 106
5. 95	6. 88	7. 219	8. 521
9. 258	10. 424	11. 531	12. 458
13. 515	14. 937	15. 890	16. 419
17. 373	18. 730	19. 933	20. 1332

0461 Ρολόι στον πλανήτη Αφροδίτη

1.	1	6.	1	11.	1
2.	3	7.	3	12.	2
3.	0	8.	0	13.	0
4.	3	9.	2	14.	3
5.	2	10.	3	15.	0

16. $2^{ος}$ αριθμός (στήλες), $1^{ος}$ αριθμός (γραμμές)

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

$2^{ος}$ αριθμός (στήλες), $1^{ος}$ αριθμός (γραμμές)

–	0	1	2	3
0	0	3	2	1
1	1	0	3	2
2	2	1	0	3
3	3	2	1	0

Υ/Σ: Τα σχέδια στον πίνακα είναι συμμετρικά ως προς τις διαγωνίους που φαίνονται. Κάθε σειρά και κάθε στήλη περιέχει τους αριθμούς 0, 1, 2 και 3.

0464 Αφαιρώντας

1.	13	2.	21	3.	11	4.	5	5.	33
6.	10	7.	24	8.	103	9.	321	10.	235

0465 Αφαίρεση

1. 8
2. 18
3. 7
4. 19
5. 27
6. 27
7. 17
8. 4
9. 87

0467 Αφαίρεση

1.		8		5		11	24
		Θ		Ε		Λ	Ω
2.	15	11	20	12	16	9	1
	Ο	Λ	Υ	Μ	Π	Ι	Α

3. Να δείξεις αυτό που έφτιαξες στο δάσκαλό σου.

0470 Νεφροειδής καμπύλη

- Ένας φάκελος είναι ένα κάλυμμα ή ένα περιτύλιγμα.
- Να βάλω σε φάκελο σημαίνει να τυλίξω, να καλύψω ή να περιβάλλω.

Οι καμπύλες που κατασκευάζονται από ευθείες γραμμές ονομάζονται φάκελοι γιατί οι ευθείες γραμμές περιβάλλουν την καμπύλη. Στην πραγματικότητα, αυτές οι ευθείες γραμμές εφάπτονται στην καμπύλη.

x3→ νεφροειδής (υπάρχουν 2 σημεία στα οποία δύο «κλάδοι» της καμπύλης συναντώνται και έχουν κοινή εφαπτομένη)
x2→ καρδιοειδής (υπάρχει 1 σημείο στο οποίο δύο «κλάδοι» της καμπύλης συναντώνται και έχουν κοινή εφαπτομένη)
x4→ όπως τα παραπάνω σχήματα αλλά με 3 σημεία στα οποία δύο «κλάδοι» της καμπύλης συναντώνται και έχουν κοινή εφαπτομένη
+15 → κύκλος

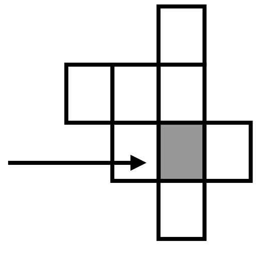
- Νεφροειδής σημαίνει σε σχήμα νεφρού (το πρώτο συνθετικό «νεφρο» προέρχεται από τη λέξη νεφρό).
- Καρδιοειδής σημαίνει σε σχήμα καρδιάς (το πρώτο συνθετικό «καρδιο» προέρχεται από τη λέξη καρδιά).

0471 Σχέδια σε μπορντούρα

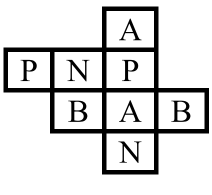
Να παρουσιάσεις τις δικές σου μπορντούρες.

0472 Ταξινόμηση τραπουλόχαρτων

Η συγκεκριμένη κάρτα καθορίζει τις υπόλοιπες.

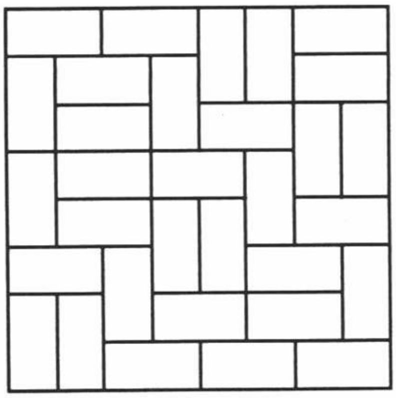


Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται μια πιθανή λύση:



0473 Ψευδο-γραμμές

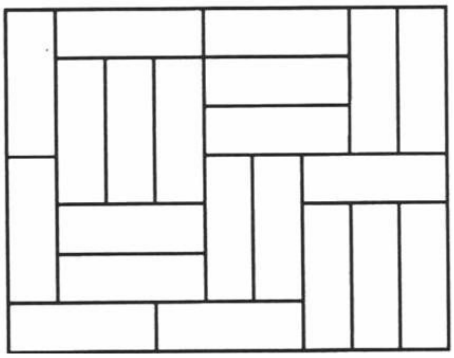
1. Το μικρότερο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο χωρίς ψευδογραμμές είναι 5 × 6

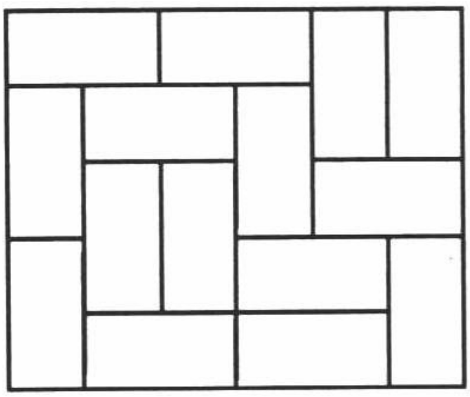


(εκτός από το 1 × 2).

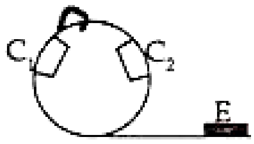
2. α) Το μικρότερο τετράγωνο είναι 8 × 8.

β) Το μικρότερο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που προκύπτει από απλά τρόμινο είναι 7 × 9.





0477 Μετακινήσεις



Η συγκεκριμένη λύση απαιτεί 9 κινήσεις. Η δική σου λύση μπορεί να είναι διαφορετική.

$1^{η}$ κίνηση: Η μηχανή συγκεντρώνει C_2 και το αφήνει στην παρακαμπτήριο.

2^{2} κίνηση: Η μηχανή περνάει κάτω από τη γέφυρα για να συγκεντρώσει C_1 και το μετακινεί στην παρακαμπτήριο.

$3^{η}$ κίνηση: Η μηχανή τοποθετεί αντίστροφα και τα δύο βαγόνια στη δεξιά πλευρά της γέφυρας.

$4^{η}$ κίνηση: Η μηχανή αφήνει το C_2 και μετακινεί το C_1 στην παρακαμπτήριο.

$5^{η}$ κίνηση: Η μηχανή αφήνει το C_1 και πηγαίνει στο C_2.

$6^{η}$ κίνηση: Η μηχανή μεταφέρει το C_2 στην αριστερή πλευρά της γέφυρας.

$7^{η}$ κίνηση: Η μηχανή αποθέτει το C_2 και περνάει κάτω από τη γέφυρα.

$8^{η}$ κίνηση: Η μηχανή παίρνει το C_1 και το αποθέτει στη δεξιά πλευρά της γέφυρας.

$9^{η}$ κίνηση: Η μηχανή επιστρέφει στην παρακαμπτήριο.

0478 Σχέδια με τετράγωνα

Να παρουσιάσεις τα σχέδια στο δάσκαλό σου.

0481 Πού βρίσκεται αυτή η πόλη;

1.

Το Γουέλς είναι στο $(5\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$
Το Κόους είναι στο (8,1)
Το Λονδίνο είναι στο (10,3)

Το Όξφορντ είναι στο (8,4)
Το Χάντινγκτον είναι στο $(10, 5\frac{1}{2})$
Το Γουέλσπουλ είναι στο (5,7)

Το Μάντσεστερ είναι στο (7,9)
Το Σέφιλντ είναι στο $(8, 8\frac{1}{2})$
Το Γιόρκ είναι στο (9,10)

2. Το Δουβλίνο είναι στο (2,9)
3. Το Λάιμρικ είναι στο (-3,8)

Το Τραλύ είναι στο $(-3\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2})$

Το Κόρκ είναι στο $(-1\frac{1}{2}, 6)$

4. Το Νάντες είναι στο $(6, -7\frac{1}{2})$

Το Πουατιέ είναι στο $(8\frac{1}{2}, -9)$

Η Ρουέν είναι στο (11,-2)
Το Λε Μανς είναι στο (9,-6)

Το Μπρέστ είναι στο $(2, -3\frac{1}{4})$

0483 Σπαζοκεφαλιά με αστέρια

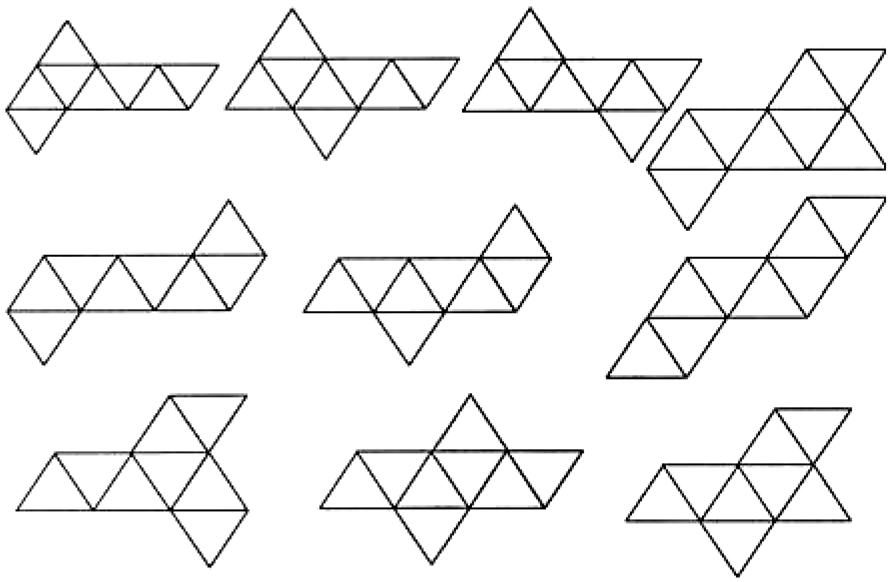
1. Η σπαζοκεφαλιά με 5 πούλια είναι αδύνατη.
2. **7 πούλια**

Αν ξεκινήσεις από τον έναν κύκλο και μετακινηθείς κατά μήκος των ευθειών από τον έναν κύκλο στον άλλο, θα επιστρέψεις στον κύκλο που ξεκίνησες, έχοντας περάσει από όλους τους κύκλους: δηλαδή η διαδρομή είναι **συνεχής**.

5 πούλια

Αν ξεκινήσεις από τον έναν κύκλο και μετακινηθείς κατά μήκος των ευθειών από τον έναν κύκλο στον άλλο, θα επιστρέψεις στον κύκλο που ξεκίνησες αλλά δεν θα έχεις περάσει από όλους τους κύκλους: δηλαδή η διαδρομή είναι **ασυνεχής.**

0484 Αναπτύγματα οκτάεδρων



1. Είναι κανονικό γιατί όλες οι έδρες είναι ίδιες.
2. Υπάρχουν 10 ακόμη δυνατά αναπτύγματα. Πόσα μπόρεσες να βρεις;

0485 Φυλλάδια

Ένας τρόπος για να λύσει κάποιος αυτό το πρόβλημα είναι με τη δοκιμή (πειραματισμό) και τη βελτίωση. Το λογιστικό φύλλο θα σου επιτρέψει να βελτιώσεις τις απαντήσεις σου.

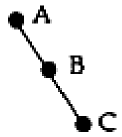
Τύπος Α - Πουλήθηκαν 26 φυλλάδια.
Τύπος Β - Πουλήθηκαν 14 φυλλάδια.
Τύπος Γ - Πουλήθηκαν 60 φυλλάδια.

0488 Χαρούμενοι αριθμοί

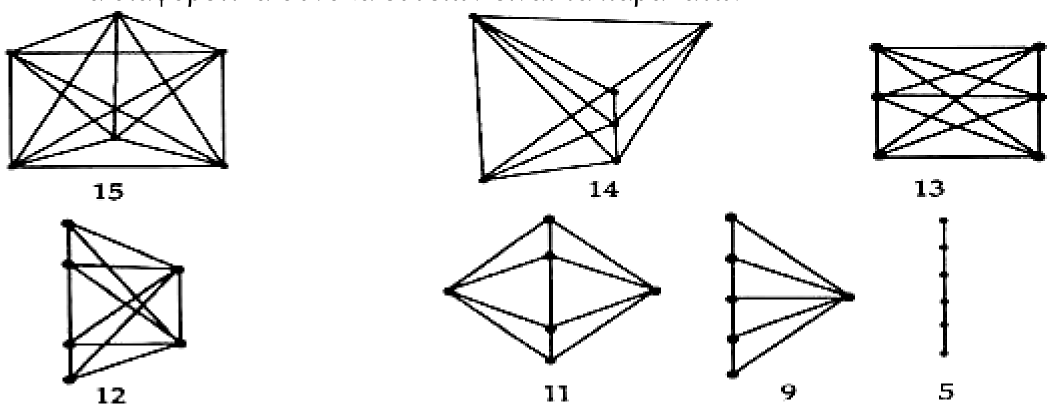
Μπορείς να καταλάβεις γιατί η κάρτα λέει ότι γνωρίζεις ήδη 16 λυπημένους αριθμούς;
Οι χαρούμενοι αριθμοί ανάμεσα στο 1 και το 100 είναι οι παρακάτω:
1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97 και 100.

0490 Τελείες και γραμμές

Οι απαντήσεις σου στη διερεύνηση προϋποθέτουν ότι, όταν τα σημεία A, B, C βρίσκονται σε ευθεία, η ευθεία που συνδέει τα σημεία A και C δεν είναι μια «επιπλέον» ευθεία. Δηλαδή, τα σημεία A, B και C δίνουν μόνο δύο ευθείες.



Αν αποφασίσεις ότι στο παραπάνω σχήμα υπάρχουν πραγματικά τρεις ευθείες, τότε σε κάθε σχεδιάγραμμα θα έχεις πάντα το μεγαλύτερο αριθμό ευθειών.
Για 6 σημεία
A Τα διαφορετικά σύνολα ευθειών είναι τα παρακάτω:

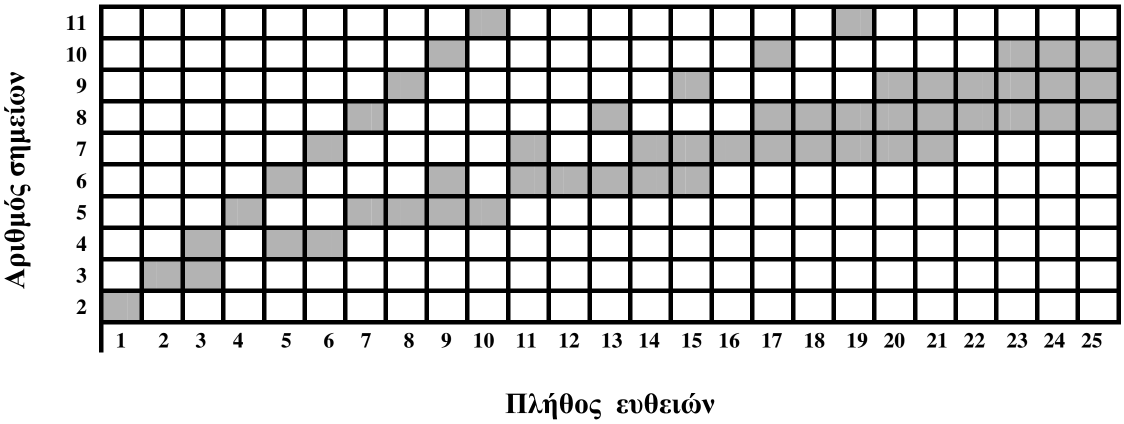


B Ο μεγαλύτερος αριθμός ευθειών είναι 15.
Είναι χρήσιμο να ταξινομήσεις τα αποτελέσματά σου σε πίνακα.

Αριθμός σημείων		Μέγιστος αριθμός ευθειών
1	→	0
2	→	1
3	→	3
4	→	6
5	→	10
6	→	15
7	→	21
.		
.		

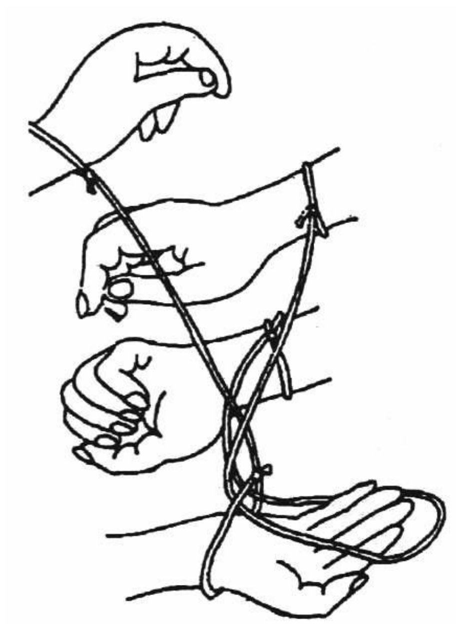
.
n →

Το παρακάτω σχεδιάγραμμα παρουσιάζει το πλήθος των ευθειών που είναι πιθανό να προκύψει για κάθε αριθμό σημείων.



Το σχεδιάγραμμα δείχνει ότι για n αριθμό σημείων, ο μικρότερος αριθμός ευθειών είναι….. . Ο μεγαλύτερος αριθμός ευθειών είναι ….

0492 Οι αχώριστοι



0494 Συντεταγμένες

1. Το Β έχει συντεταγμένες (1, 4)

   Το Γ έχει συντεταγμένες (4, 3)

   Το Δ έχει συντεταγμένες (3, 5)

   Το Ε έχει συντεταγμένες (4, 0)

   Το Ζ έχει συντεταγμένες (2, -1)

   Το Η έχει συντεταγμένες (-2, 4)

2. Το Θ έχει συντεταγμένες (+4, -2)

   Το Ι έχει συντεταγμένες (-1, +2)

   Το Κ έχει συντεταγμένες (-5, -2)

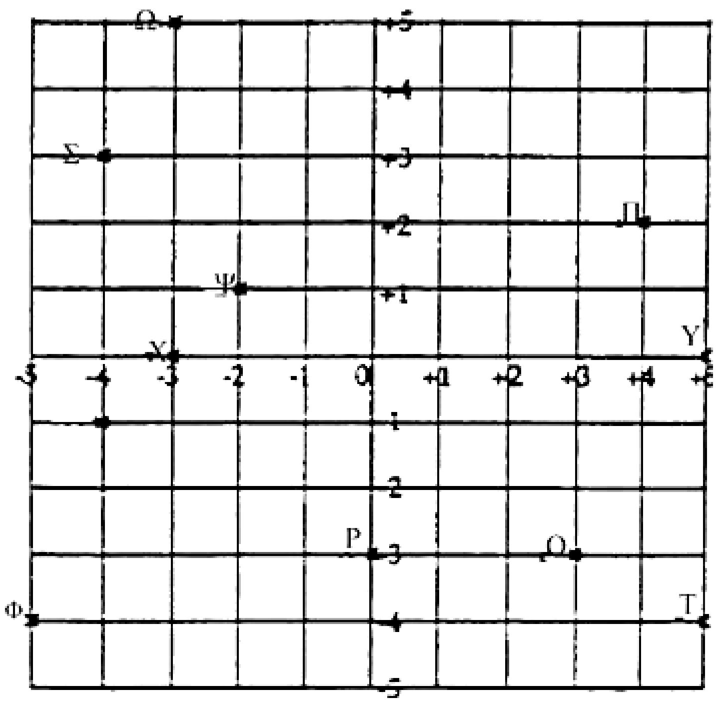
   Το Λ έχει συντεταγμένες (+5, +4)

   Το Μ έχει συντεταγμένες (-4, +2)

   Το Ν έχει συντεταγμένες (-2, -3)

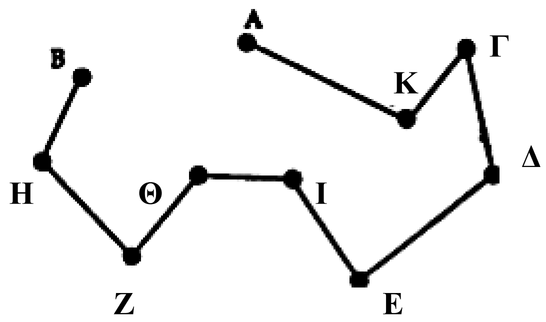
   Το Ξ έχει συντεταγμένες (0, -4)

3.



0495 Διαδρομές

Μία πιθανή απάντηση είναι η παρακάτω:



Βρήκες κάποια άλλη διαδρομή;

0496 Ζάρια και πούλια

Ποιος νίκησε;
Ποιο ήταν το σκορ του νικητή;
Ποιο ήταν το σκορ του συμπαίκτη του; Ποιο από τα δύο σκορ ήταν ευκολότερο να πραγματοποιηθεί; Μπορείς να εξηγήσεις γιατί;

0498 Εμβαδόν

Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικές πιθανές απαντήσεις: