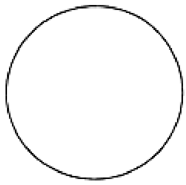
1170 Κατασκευές με διαβήτη

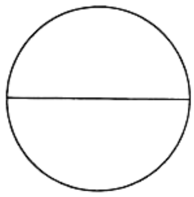
Σου δίνονται παρακάτω κάποια βοηθητικά στοιχεία για να μπορείς να δημιουργήσεις ξανά τα σχέδια χρησιμοποιώντας χάρακα και διαβήτη.

Το σχέδιο στο επάνω μέρος

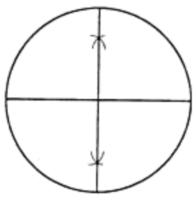
Να ξεκινήσεις με έναν κύκλο…..



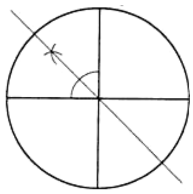
Να χαράξεις μια διάμετρο στον κύκλο…..



Να φέρεις τη μεσοκάθετο (βλέπε κάρτα 0211)….



Να διχοτομήσεις τη γωνία (βλέπε κάρτα 0212)....

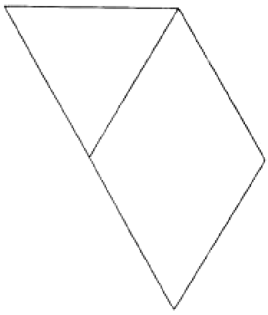


Το σχέδιο στο κάτω μέρος

Να ξεκινήσεις με μια ευθεία…..

Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο (βλέπε κάρτα 1287).....

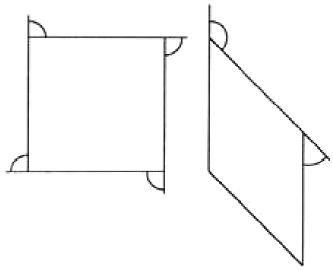
Να χρησιμοποιήσεις τη συγκεκριμένη μέθοδο για να κατασκευάσεις ένα ρόμβο….



Το επάνω σχέδιο

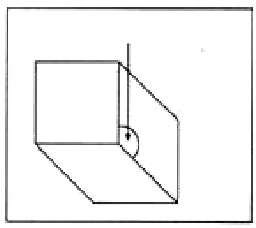
Να βρεις έναν τρόπο για να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο…

…..και έναν τρόπο για να σχεδιάσεις ένα ρόμβο με πλευρές που θα έχουν το ίδιο μήκος….



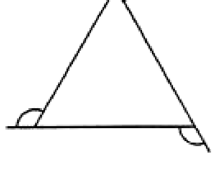
…..να συνδυάσεις τους δύο τρόπους για να δημιουργήσεις το σχέδιο.

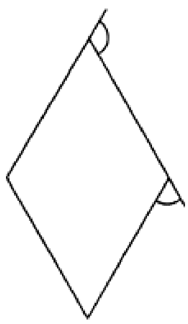
Ποιο είναι το μέγεθος της συγκεκριμένης γωνίας;



Το κάτω σχέδιο

Να βρεις διαδικασίες για να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα ρόμβο….





1202 Σημαντικά ψηφία

Α.

1.	α)	50τ.εκ.	6.	α)	8,9 κιλά	11.	α)	41 κιλά
	β)	49,7τ.εκ.		β)	8.94 κιλά		β)	41,0 κιλά
1.	α)	280000 €	7.	α)	11μ.	12.	α)	21 λίτρα
	β)	284000 €		β)	10,8μ.		β)	20,8 λίτρα
2.	α)	7,8 εκ.	8.	α)	38000 €	13.	α)	0,90 χμ.
	β)	7,82 εκ.		β)	37700 €		β)	0,901 χμ.
3.	α)	0,067μ.	9.	α)	40 τ.εκ.	14.	α)	5,9μ.
	β)	0,674μ.		β)	40,0 τ.εκ.		β)	5,94μ.
4.	α)	0,00048	10.	α)	0,71τ.μ.	15.	α)	11τ.εκ.
	β)	0,000484		β)	0,707τ.μ.		β)	10,9τ.εκ.

Β.

1.	0,667	6.	0,714
2.	0,833	7.	0,917
3.	0,455	8.	0,538
4.	0,0875	9.	0,385
5.	0,417	10.	0,143

1208 Εκπτώσεις σε ποσοστά

	Κέρδος	Τιμή πώλησης
1.	20 λ.	1,00 €
2.	17 λ.	1,87 €
3.	1,62 €	7,02 €
4.	75 λ.	5,75 €
5.	1,94 €	11,64 €

	Έκπτωση	Τιμή πώλησης
1.	7 λ.	63p
2.	4,50 €	13,50 €
3.	3,10 €	12,50 €
4.	2,90 €	5,80 €
5.	66 λ.	3,74 €

1233 Γραφήματα συχνότητας

- Η μέση τιμή των 25 ευρώ είναι παραπλανητική γιατί μόνο οκτώ εργαζόμενοι κερδίζουν το συγκεκριμένο ποσό ή περισσότερο, ενώ 15 εργαζόμενοι παίρνουν λιγότερο από 25 ευρώ.

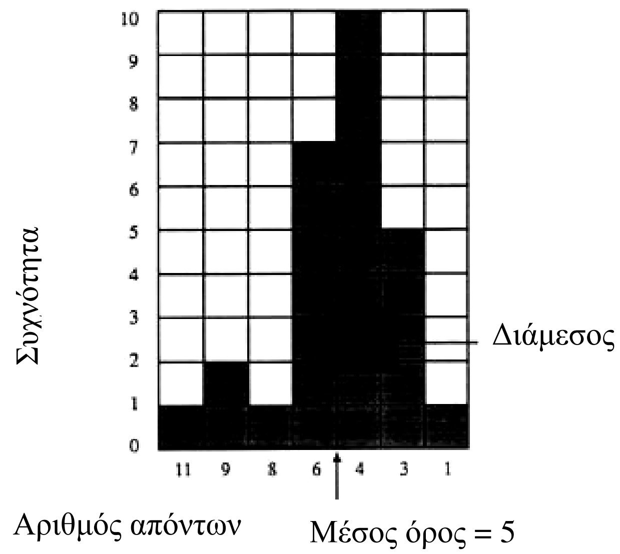
1.

Αριθμός απόντων × συχνότητα	Σύνολο
11 × 1	11
9 × 2	18
8 × 1	8
6 × 7	42
4 × 10	40
3 × 5	15
1 × 1	1
Σύνολο	135 απόντες
Συνολικός αριθμός τμημάτων	27

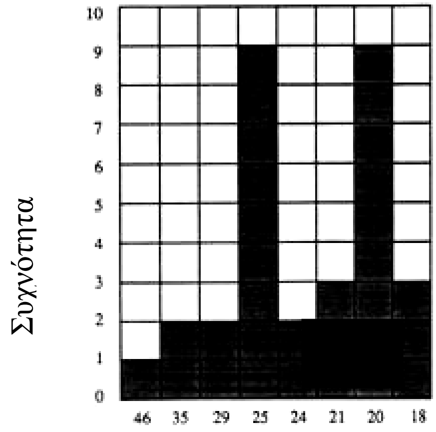
2. Ο μέσος όρος απόντων ανά τμήμα είναι: 135 : 27 = 5

3. Η διάμεσος για τους απόντες ανά τμήμα είναι 4.

4. & 5.



.



Αριθμός χορηγών

1.

Αριθμός χορηγών × Συχνότητα	Σύνολο
46 × 1	46
35 × 2	70
29 × 2	58
25 × 9	225
24 × 2	48
21 × 3	63
20 × 9	180
18 × 3	54
Συνολικός αριθμός αθλητών 31	Σύνολο 744 χορηγοί

Μέσος όρος χορηγών = 744 : 31 = 24

3. Η διάμεσος για τους χορηγούς είναι 24.
4. Ο μέσος όρος αλλά και η διάμεσος είναι 24.

1257 Όγκος στα κυβοειδή στερεά

1. α) 180κ.εκ. β) 44κ.χιλ.
   γ) 62,5κ.εκ. δ) 52,08κ.μ.
2. 540κ.εκ.
3. 10κ.μ.
4. Παρόλο που ο όγκος και στα δύο είναι 60κ.εκ., η πυκνότητα της ζάχαρης είναι μεγαλύτερη από την πυκνότητα του τσαγιού, επομένως θα ήταν αναμενόμενο η ζάχαρη να ζυγίζει περισσότερο.
5. Για να υπολογίσεις τον όγκο, πρέπει να χρησιμοποιήσεις τις ίδιες μονάδες σε όλες τις μετρήσεις:
   Είτε 5μ × 1μ × 0,5μ από το οποίο προκύπτει όγκος 2,5κ.μ.
   Είτε 500εκ. × 100εκ. × 50εκ. από το οποίο προκύπτει όγκος 2500000κ.εκ.
6. 1κ.εκ. = 2εκ. × 2εκ. × *xεκ.*, όπου *x* είναι η απόσταση ανάμεσα στα σημάδια διαχωρισμού.
   x = **0,25εκ.**
7. 50κ.εκ. ή 50000κ.χιλ.
8. 60 πακέτα θα χωρούσαν, θα ζύγιζαν 15 κιλά.
9. 80 σπιρτόκουτα
10. 1 λίτρο = 1000κ.εκ.
    10τ.μ. = 100000τ.εκ.
    Πάχος = 1000 : 100000 = 0,01εκ.

1258 Το μεγαλύτερο βάζο

Βάση ισόπλευρου τριγώνου: κάθε πλευρά είναι 8εκ.

Ύψος υ = 4 εφ 60º
= 6,928

Εμβαδόν τριγώνου = 4 × 6,928
= **27,71** τ.εκ. με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων

Βάση τετραγώνου κάθε πλευρά είναι 6 εκ.

Εμβαδόν τετραγώνου = 6 × 6
= **36** τ.εκ.

Βάση κανονικού εξαγώνου κάθε πλευρά είναι 4 εκ.

Ύψος υ = 2 εφ 60º
= 3,464

Εμβαδόν τριγώνου = 2 × 3,464
= 6,928 τ.εκ.

Εμβαδόν εξαγώνου = 6 × 6,928
= **41,57 τ.εκ.** με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

Βάση κανονικού οκταγώνου κάθε πλευρά είναι 3 εκ.

Ύψος υ = 1,5 εφ. 67,5º
= 3,621

Εμβαδόν τριγώνου = 1,5 × 3,621
= 5,432 τ.εκ.

Εμβαδόν οκταγώνου = 8 × 5,432
= **43,46** τ.εκ. με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

- Και τα τέσσερα βάζα έχουν το ίδιο ύψος. Επομένως, το βάζο που θα χωρέσει τη μεγαλύτερη ποσότητα νερού είναι αυτό που έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν βάσης, αυτό που έχει βάση κανονικό οκτάγωνο.
- Καθώς ο αριθμός των πλευρών μεγαλώνει, το εμβαδόν της βάσης αυξάνεται. Επομένως, θα περίμενε κάποιος ότι ένα βάζο με κυκλική βάση (με απεριόριστο αριθμό πλευρών) θα χωρούσε περισσότερο από το βάζο που έχει βάση κανονικό οκτάγωνο.
- Η περίμετρος του κύκλου είναι 24 εκ. και C (Περιφέρεια κύκλου) = 2πr

$2 \times \pi \times r = 24$

$r = \dfrac{24}{2\pi}$

$r = 3{,}820$

Εμβαδόν κύκλου $= \pi r^2$
$= \pi \times 3{,}820^2$
= 45,84 τ.εκ.

Το τελευταίο αποτέλεσμα επιβεβαιώνει την πρόβλεψη ότι το βάζο με την κυλινδρική βάση θα χωράει περισσότερο νερό από όλα τα άλλα βάζα.

1259 Μήκη όμοιων αντικειμένων

1. 390 εκ = 3,9 μ
2. 2000 εκ = 20 μ
3.

Πραγματικό αντικείμενο	Μοντέλο σε κλίμακα
320 μ	1,6 μ
35 μ	**0,175μ ή 17,5εκ**
10μ ή 1000εκ	5 μ

4. 3 : 360 = 1 : 120 Ναι, το μοντέλο είναι όμοιο με το πραγματικό λεωφορείο.
5. Ύψος μοντέλου = 4,5εκ, μήκος μοντέλου = 6εκ
6. α) 6 εκ × 5 εκ × 3,5 εκ
   β) 18 εκ × 8 εκ
   γ) 12 εκ × 12,5 εκ × 5 εκ
7. α) 4 εκ.
   β) 2,5 εκ.
8. α) 1 εκ × 1,2 εκ
   β) 6,6 εκ × 2 εκ
   γ) 12 εκ × 10 εκ
9. α) i) 1 εκ αντιπροσωπεύει 50000 εκ = 0,5 χμ
   ii) 5 εκ αντιπροσωπεύουν 250000 εκ = 2,5 χμ
   β) 8 εκ αντιπροσωπεύουν 160000 εκ = 1,6 χμ
10. 50º, 40º, 90º

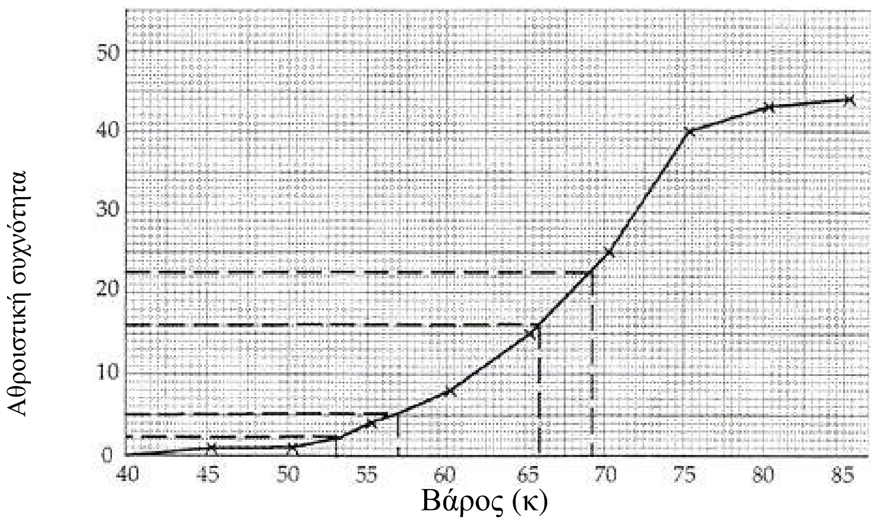
1267 Αθροιστική συχνότητα σε ομαδοποιημένα δεδομένα

- ❑ Από τη γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας προκύπτει ότι η διάμεσος των βαθμών στις εξετάσεις είναι **45,5** βαθμοί.
- ❑ Από τη γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας προκύπτει ότι **27** μαθητές πήραν 75 βαθμούς ή λιγότερο.
- ❑ Η πραγματική (ακριβής) διάμεσος ήταν **45,9** βαθμοί.
- ❑ **27** μαθητές ουσιαστικά πήραν 75 βαθμούς ή λιγότερο.
- ❑ *Οι εκτιμήσεις που προέκυψαν από τη γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας ήταν πολύ κοντά στα πραγματικά αποτελέσματα.*
- ❑ Ένα παιδί που διάνυσε απόσταση 40,499χμ με το ποδήλατο θα καταταχθεί στην ομάδα 21 – 40.
- ❑ Ένα παιδί που διάνυσε απόσταση 40,503χμ με το ποδήλατο θα καταταχθεί στην ομάδα 41 – 60.
- ❑ Η διάμεσος των αποστάσεων που διανύθηκαν ήταν **46**χμ.
- ❑ Περίπου **15** παιδιά κάλυψαν απόσταση 45 χιλιομέτρων ή λιγότερο.

1. ❒ Το βάρος είναι ένα παράδειγμα συνεχών δεδομένων.

❒

Βάρος μαθητών (κ)	Αθροιστική συχνότητα	Σημεία για απεικόνιση
Λιγότερο από 45,5	1	(45,5 ,1)
Λιγότερο από 50,5	1	(50,5 ,1)
Λιγότερο από 55,5	4	(55,5 ,4)
Λιγότερο από 60,5	8	(60,5 ,8)
Λιγότερο από 65,5	15	(65,5 ,15)
Λιγότερο από 70,5	25	(70,5 ,25)
Λιγότερο από 75,5	40	(75,5 ,40)
Λιγότερο από 80,5	43	(80,5 ,43)
Λιγότερο από 85,5	44	(85,5 ,44)



❒ Το μέσο βάρος των μαθητών είναι 69,5 κ. κατά προσέγγιση κιλού.

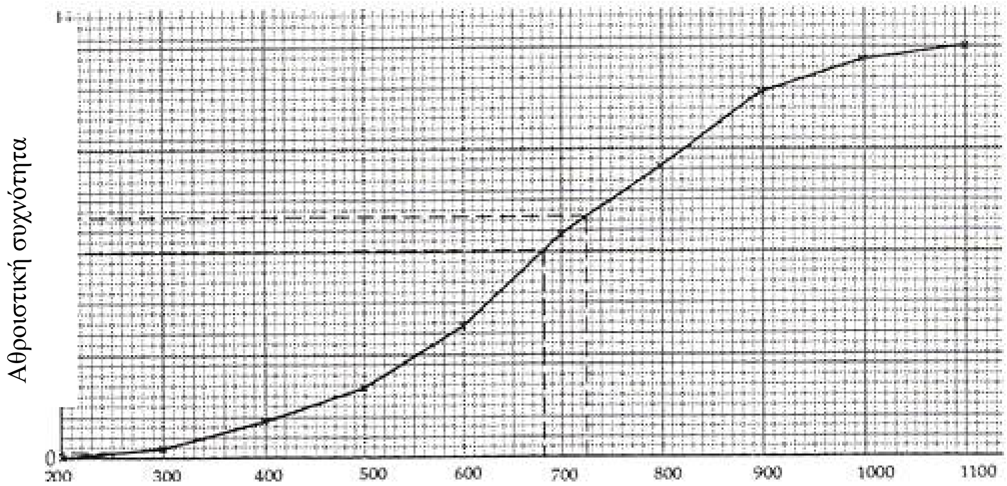
❒ *Οι παρακάτω απαντήσεις έχουν δοθεί με προσέγγιση στην πλησιέστερη ακέραια μονάδα:*

α) 2 μαθητές β) 5 μαθητές γ) 16 μαθητές

2. ❐ Η διάρκεια ζωής των λαμπτήρων είναι ένα παράδειγμα συνεχών δεδομένων.

❐

Διάρκεια ζωής (ώρες)	Αθροιστική συχνότητα
Λιγότερο από 199,5	0
Λιγότερο από 299,5	10
Λιγότερο από 399,5	36
Λιγότερο από 499,5	68
Λιγότερο από 599,5	128
Λιγότερο από 699,5	216
Λιγότερο από 799,5	292
Λιγότερο από 899,5	354
Λιγότερο από 999,5	388
Λιγότερο από 1099,5	400



Διάρκεια ζωής (ώρες)

❐ α) 5 λαμπτήρες β) 235 λαμπτήρες

❐ Η διάμεσος της διάρκειας ζωής των λαμπτήρων είναι 682 ώρες.

❐ α) Παραδείγματα διακριτών (ασυνεχών) δεδομένων είναι: ο αριθμός αδελφών, το μέγεθος παπουτσιών, η ηλικία στα επόμενα γενέθλια, ο μισθός, το σύνολο των χρημάτων στην τσέπη, κ.λπ.

β) Παραδείγματα συνεχών δεδομένων είναι: το ύψος, η απόσταση από το σχολείο, το μήκος ποδιού, ο χρόνος που χρειάζεται κάποιος για να πάει στη δουλειά του με μεταφορικό μέσο, κ.λπ.

1275 Όγκος και εμβαδόν κυλίνδρου

Όλες οι απαντήσεις δίνονται με κατάλληλο βαθμό ακρίβειας. Όπου δίνονται 2 απαντήσεις, η πρώτη απάντηση είναι αυτή που θα έπαιρνες αν χρησιμοποιούσες το πλήκτρο π, η απάντηση στην παρένθεση είναι αυτή που θα έπαιρνες αν χρησιμοποιούσες την προσέγγιση π = 3,14.

A Όγκοι

1. α) 48κ.εκ. β) 924κ.εκ. (923κ.εκ.) γ) 723κ.εκ. (722κ.εκ.)
2. Όγκος πρώτου κυλίνδρου = 151κ.εκ. (151κ.εκ.)
   Όγκος δεύτερου κυλίνδρου = 113κ.εκ.(113κ.εκ.)
   Ίσως περίμενες ο όγκος των δύο κυλίνδρων να είναι ίδιος, όμως όταν ο όγκος υπολογίζεται, η ακτίνα του κυλίνδρου *υψώνεται στο τετράγωνο*.
   Όγκος πρώτου κυλίνδρου = $4^2 \times \pi \times 3$κ.εκ.
   Όγκος δεύτερου κυλίνδρου = $3^2 \times \pi \times 4$κ.εκ.
3. 5εκ.
4. 31,8εκ. (31,8εκ.)

B Εμβαδόν Επιφανειών

1. α) 3519τ.εκ. (3517τ.εκ.) β) 1188τ.εκ. (1187τ.εκ.) γ) 3848τ.εκ. (3847τ.εκ.)
2. α) 75,40τ.εκ. (75,36τ.εκ.) β) 75,40τ.εκ. (75,36τ.εκ.)
   Το εμβαδόν των επιφανειών είναι το ίδιο. Ίσως δεν περίμενες να ισχύει κάτι τέτοιο εξαιτίας των όγκων, όμως, όταν υπολογίζουμε το εμβαδόν επιφανειών *δεν υψώνουμε στο τετράγωνο* τις διαστάσεις.
3. Εμβαδόν καμπύλης επιφάνειας = 8,47τ.εκ. (8,46τ.εκ.)
4. Εμβαδόν της συνολικής επιφάνειας = 100τ.εκ. (100τ.εκ.)
5. Εμβαδόν καμπύλης επιφάνειας = 1,7τ.μ. (1,7τ.μ.). Πρέπει να υπάρχει αρκετή βαφή στο κουτί.

<u>1278 Πολλαπλασιασμός ακέραιων αριθμών</u>

	$^{-}4$	$^{-}3$	$^{-}2$	$^{-}1$	0	$^{+}1$	$^{+}2$	$^{+}3$	$^{+}4$
$^{+}4$	$^{-}16$	$^{-}12$	$^{-}8$	$^{-}4$	0	$^{+}4$	$^{+}8$	$^{+}12$	$^{+}16$
$^{+}3$	$^{-}12$	$^{-}9$	$^{-}6$	$^{-}3$	0	$^{+}3$	$^{+}6$	$^{+}9$	$^{+}12$
$^{+}2$	$^{-}8$	$^{-}6$	$^{-}4$	$^{-}2$	0	$^{+}2$	$^{+}4$	$^{+}6$	$^{+}8$
$^{+}1$	$^{-}4$	$^{-}3$	$^{-}2$	$^{-}1$	0	$^{+}1$	$^{+}2$	$^{+}3$	$^{+}4$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$^{-}1$	$^{+}4$	$^{+}3$	$^{+}2$	$^{+}1$	0	$^{-}1$	$^{-}2$	$^{-}3$	$^{-}4$
$^{-}2$	$^{+}8$	$^{+}6$	$^{+}4$	$^{+}2$	0	$^{-}2$	$^{-}4$	$^{-}6$	$^{-}8$
$^{-}3$	$^{+}12$	$^{+}9$	$^{+}6$	$^{+}3$	0	$^{-}3$	$^{-}6$	$^{-}9$	$^{-}12$
$^{-}4$	$^{+}16$	$^{+}12$	$^{+}8$	$^{+}4$	0	$^{-}4$	$^{-}8$	$^{-}12$	$^{-}16$

1. α) $^{-}8$ β) $^{+}9$ γ) $^{-}6$
   δ) $^{+}2$ ε) $^{-}1$ στ) $^{-}3$
   ζ) $^{-}16$ η) $^{+}16$ θ) $^{-}16$
2. Οι αριθμοί που είναι χρωματισμένοι κόκκινοι είναι θετικοί ακέραιοι αριθμοί, πρέπει να βρίσκονται στην επάνω δεξιά γωνία και στην κάτω αριστερή γωνία. Οι αριθμοί που είναι χρωματισμένοι πράσινοι είναι αρνητικοί ακέραιοι αριθμοί, πρέπει να βρίσκονται στην επάνω αριστερή γωνία και στην κάτω δεξιά γωνία.
3. θετικός αριθμός × θετικός αριθμός = θετικός αριθμός
   θετικός αριθμός × αρνητικός αριθμός = **αρνητικός αριθμός**
   αρνητικός αριθμός × θετικός αριθμός = **αρνητικός αριθμός**
   αρνητικός αριθμός × αρνητικός αριθμός = **θετικός αριθμός**
   μηδέν × θετικός αριθμός = μηδέν
   μηδέν × αρνητικός αριθμός = **μηδέν**

4. α) $^{-}6$ β) $^{-}18$ γ) $^{-}50$
   δ) $^{+}32$ ε) 0 στ) $^{+}40$
   ζ) 0 η) $^{-}42$ θ) $^{+}24$
   ι) $^{+}24$ κ) 0 λ) $^{-}36$
   μ) $^{+}63$ ν) $^{+}63$ ξ) $^{-}66$
   ο) 0 π) $^{+}48$ ρ) $^{+}100$
   σ) $^{+}16$ τ) $^{-}144$ υ) $^{+}56$

<u>1279 Διαίρεση ακέραιων αριθμών</u>

1. α)

i)	$^{+}\mathbf{2} \times {}^{-}3 = {}^{-}6$	${}^{-}6 \div {}^{-}3 = {}^{+}\mathbf{2}$
ii)	${}^{-}\mathbf{4} \times {}^{-}4 = {}^{+}16$	${}^{+}16 \div {}^{-}4 = {}^{-}\mathbf{4}$
iii)	${}^{-}\mathbf{3} \times {}^{+}3 = {}^{-}9$	${}^{-}9 \div {}^{+}3 = {}^{-}\mathbf{3}$
iv)	${}^{+}\mathbf{3} \times {}^{-}4 = {}^{-}12$	${}^{-}12 \div {}^{-}4 = {}^{+}\mathbf{3}$
v)	$\mathbf{0} \times {}^{+}3 = 0$	$0 \div {}^{+}3 = \mathbf{0}$
vi)	${}^{+}\mathbf{4} \times {}^{+}2 = {}^{+}8$	${}^{+}8 \div {}^{+}2 = {}^{+}\mathbf{4}$
vii)	${}^{+}\mathbf{1} \times {}^{-}2 = {}^{-}2$	${}^{-}2 \div {}^{-}2 = {}^{-}\mathbf{1}$
viii)	${}^{-}\mathbf{1} \times {}^{+}3 = {}^{-}3$	${}^{-}3 \div {}^{+}3 = {}^{-}\mathbf{1}$

β) Η διαίρεση οποιουδήποτε θετικού ή αρνητικού αριθμού με το μηδέν δεν είναι δυνατή.

2. α) ${}^{+}4$ β) ${}^{+}4$ γ) ${}^{-}4$ δ) ${}^{-}4$

3. α) ${}^{+}4$ β) ${}^{+}3$ γ) ${}^{+}3$ δ) ${}^{+}3$

4.

θετικός αριθμός	:	θετικός αριθμός	=	θετικός αριθμός
θετικός αριθμός	:	αρνητικός αριθμός	=	**αρνητικός αριθμός**
αρνητικός αριθμός	:	θετικός αριθμός	=	**αρνητικός αριθμός**
αρνητικός αριθμός	:	αρνητικός αριθμός	=	**θετικός αριθμός**
μηδέν	:	θετικός αριθμός	=	μηδέν
μηδέν	:	αρνητικός αριθμός	=	**μηδέν**
θετικός αριθμός	:	μηδέν	=	χωρίς λύση
αρνητικός αριθμός	:	μηδέν	=	**χωρίς λύση**

5.

α)	${}^{-}2$	β)	${}^{+}2$	γ)	${}^{-}2$	δ)	${}^{+}2,5$
ε)	${}^{-}2$	στ)	${}^{+}4,5$	ζ)	${}^{+}9$	η)	${}^{-}2,75$
θ)	${}^{-}7$	ι)	${}^{-}3$	κ)	${}^{+}1,\dot{6}$	λ)	0
μ)	${}^{-}2,5$	ν)	${}^{-}1,5$	ξ)	${}^{-}10$		

1287 Ισόπλευρες κατασκευές

Να μετρήσεις τις πλευρές και τις γωνίες του ισόπλευρου τριγώνου σου. Κάθε πλευρά θα πρέπει να είναι 4 εκ. Κάθε γωνία θα πρέπει να έχει μέγεθος 60°.

Να μετρήσεις τις πλευρές και τις γωνίες του ισόπλευρου τριγώνου. Κάθε πλευρά θα πρέπει να έχει μήκος 5,3 εκ. Κάθε γωνία θα πρέπει να έχει μέγεθος 60°.

Τα τρίγωνα είναι ισόπλευρα γιατί το σημείο R απέχει το ίδιο από το P και από το Q και αυτή η απόσταση είναι η ίδια με PQXPQ=PR=RQ («ισόπλευρο»: ίσες πλευρές).

Αν το R απέχει το ίδιο από το P και από το Q, αλλά αυτή δεν είναι ίδια με το PQ, τότε το τρίγωνο θα είναι ισοσκελές («ισοσκελές»: ίσα σκέλη, πόδια).

Για να σχεδιάσεις το ισοσκελές τρίγωνο με ακρίβεια, θα πρέπει να επιλέξεις ένα ευθύγραμμο τμήμα 3 εκ. πάνω στο PQ και μετά να χρησιμοποιήσεις το διαβήτη για να σχεδιάσεις δύο τόξα μήκους 6 εκ.

1290 Ποια αγορά;

1. | | |
|---|---|
| Κατάλογος αγορών με το ταχυδρομείο | 40 |
| Αγγελία στις εφημερίδες | 27 |
| Κατάλογος καταστήματος | 29 |

2. Οι αγγελίες στις εφημερίδες έχουν τις χαμηλότερες τιμές, αλλά η διαφορά των τιμών ανάμεσα στις αγγελίες των εφημερίδων και στον κατάλογο του καταστήματος είναι τόσο μικρή, ώστε είναι προτιμότερο να επιλέγει κανείς το πλησιέστερο υποκατάστημα.

3. Ίσως έμενε κοντά σε ένα από τα υποκαταστήματα.

4. 9 εβδομάδες

5. (α) 44 ευρώ
(β) 54,6 ευρώ

6. Το κασετόφωνο είναι ελάχιστα φθηνότερο από το αν το αγόραζε τοις μετρητοίς και θα μπορούσε να το αποπληρώσει πιο γρήγορα.

7. Θα μπορούσες να εξοικονομήσεις όλα τα χρήματα σε 6 εβδομάδες και να το αγοράσεις απευθείας από τις αγγελίες ή από το υποκατάστημα.
(Αν δεν ξόδευες καθόλου χρήματα για οτιδήποτε άλλο!)

1291 Καταχωρήσεις αγγελιών και διαφημίσεων

1.

HONDA	CJ	250T	8000	XM.
ΚΑΛΗ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΟΛΛΑ	EXTRA	5.500 ευρώ
ΤΗΛ.	210	629244	308	

2. 4,9 ευρώ

3. Βρήκες πόσο κοστίζει η διαφήμιση για το μηχανάκι σου; Να δείξεις τη διαφήμιση στο δάσκαλό σου και να τον ενημερώσεις για το κόστος της.

4. Αν είχες έναν κωδικό αγγελίας για τη διαφήμιση στην ερώτηση 1, θα έπρεπε να πληρώσεις συνολικά 4,6 ευρώ γιατί θα μπορούσες να παραλείψεις τις λέξεις «σε καλή κατάσταση, πολλά εξτρά». Η διαφήμιση μόνο κοστίζει 3,5 ευρώ συν 1,1 ευρώ για τον κωδικό αγγελίας. Η διαφήμιση για το μηχανάκι σου ήταν φθηνότερη με κωδικό αγγελίας;

5. Η διαφήμιση έχει 25 λέξεις (υπολογίζοντας και τον κωδικό αγγελίας σα μία λέξη). Κοστίζει 8 ευρώ.

6. Περίπου «$1\frac{1}{2}$ φορές» το ποσό της μίας καταχώρησης.

7. Δύο καταχωρήσεις κοστίζουν 9,5 ευρώ (25×38 λεπτά).

8. Η διαφήμιση για την ενοικίαση αυτοκινήτου έχει 17 λέξεις στα 32 λεπτά η καθεμιά και 1 λέξη με κεφαλαία στα 64 λεπτά. Όλα αυτά κοστίζουν 6,08 ευρώ.

9. Όλες οι λέξεις στα κεφαλαία θα κοστίσουν 11,52 ευρώ.

10. Γιατί οι λέξεις με κεφαλαία γράμματα είναι πιο ευδιάκριτες, όταν τοποθετούνται ανάμεσα σε μικρά γράμματα.

11. 2 εκ.

12. 5,6 ευρώ

13. 7,14 ευρώ (17 λέξεις στα 42 λεπτά)

14. 1,54 ευρώ

15. 100 ευρώ (4 γραμμές στα 2,5 ευρώ η καθεμιά, με τιμές του 1978)

16. Να δείξεις στο δάσκαλό σου τη διαφήμιση που έγραψες. Ίσως αποφασίσεις να πληρώσεις περισσότερα γιατί μία από τις εφημερίδες έχει μεγαλύτερη κυκλοφορία και γι’ αυτό θα τη δουν περισσότεροι άνθρωποι.

17. Να δείξεις τη διαφήμιση στο δάσκαλό σου.

1292 Δοκιμάζοντας παπούτσια

Τα αποτελέσματά σου θα εξαρτηθούν από το τμήμα και την τάξη στην οποία είσαι.

Θα έπρεπε να έχεις καταγράψει το μέγεθος των παπουτσιών 100 περίπου μαθητών που φοιτούν στην ίδια τάξη με σένα. Να βεβαιωθείς ότι στο δείγμα σου συμπεριλαμβάνονται άτομα με διαφορετικό ύψος, τόσο αγόρια όσο και κορίτσια.

Μια γραφική παράσταση των αποτελεσμάτων της έρευνας, εκτός από το μέγεθος που εμφανίζεται πιο συχνά, θα δείξει και τον αριθμό των ατόμων που αναλογούν σε κάθε μέγεθος. Θα έπρεπε να διαλέξεις τα 50 ζευγάρια παπούτσια έτσι ώστε η αναλογία των διαφόρων μεγεθών σε αυτά να είναι περίπου ίδια με αυτήν στην έρευνά σου.

1294 Μαγειρεύοντας αριθμούς

1. Η συνταγή της Άννας για 2:
   50 γρ. ζύμη
   225 γρ. πράσα
   20 γρ. βούτυρο
   αλάτι και πιπέρι
   50 γρ. μπέικον
   1 αυγό
   75 ml κρέμα
2. Η συνταγή του Θωμά για 6:
   150 γρ. ζύμη
   675 γρ. πράσα
   60 γρ. βούτυρο
   αλάτι και πιπέρι
   150 γρ. μπέικον
   3 αυγά
   225 ml κρέμα

3. *Σε αυτόν τον πίνακα θα βρεις τις ποσότητες με προσέγγιση 5 γρ. ή 25 ml. Οι απαντήσεις σου μπορεί να έχουν δοθεί με προσέγγιση στο πλησιέστερο γρ. ή ml.*

Άτομα	Ζύμη (γρ.)	Πράσα (γρ.)	Βούτυρο (γρ.)	Μπέικον (γρ.)	Αυγά	Κρέμα (ml)
1	25	115	10	25	1	50
2	50	225	20	50	1	75
3	75	340	30	75	2	100
4	100	450	40	100	2	150
5	125	565	50	125	2	200
6	150	675	60	150	3	225
7	175	790	70	175	3	250

4. Θα ήταν καλή ιδέα να βάλεις λίγο περισσότερη κρέμα στη σάλτσα. Έτσι, μετρήσεις με προσέγγιση θα ήταν αποδεκτές. Ομοίως, μισό ακόμη αυγό δεν θα δημιουργούσε πρόβλημα. Έτσι, στρογγυλοποίηση σε ολόκληρο αυγό δεν θα άλλαζε το αποτέλεσμα.

5. (α) όχι . . .

   (β) . . . ίσως χρειαστείς λίγο περισσότερο χρόνο γιατί το κις για 8 ανθρώπους θα είναι πολύ μεγαλύτερο, ωστόσο όχι περισσότερο από $1\frac{1}{2}$ ώρες.

   (γ) Το ίδιο.

1295 Μεταχειρισμένα αυτοκίνητα

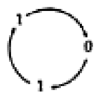
- Τα 3995 ευρώ φαίνεται να είναι μια καλή τιμή. Τα αυτοκίνητα Ford Fiesta κόστιζαν το 1991 μεταξύ 2750 και 5000 ευρώ.
- Το διάγραμμα διασποράς της Τζένης δείχνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση. Όσο πιο παλιό είναι το αυτοκίνητο τόσο πιο φθηνό είναι. Υπάρχουν κάποιες εξαιρέσεις αλλά γενικά αυτός είναι ο κανόνας.

Να δείξεις το διάγραμμα διασποράς στο δάσκαλό σου και να συζητήσεις σχετικά με τις απαντήσεις σου στις ερωτήσεις.

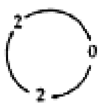
1297 Διερεύνηση τριψήφιων αριθμών

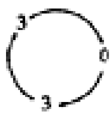
Οι διαφορές συνήθως καταλήγουν σε έναν επαναλαμβανόμενο κύκλο της μορφής ………

110
011
101

που μπορεί να παρουσιαστεί συνοπτικά ως 

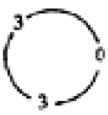
Επίσης, μπορεί να πάρει τις

μορφές 

ή 

κ.ο.κ.

Μπορείς να προβλέψεις τα ψηφία στον επαναλαμβανόμενο κύκλο από την πρώτη σειρά των αριθμών;
Οι μόνοι τριψήφιοι αριθμοί που δεν δίνουν επαναλαμβανόμενο κύκλο είναι οι αριθμοί που έχουν 3 ίδια ψηφία. Για παράδειγμα, ο αριθμός 444 δίνει αμέσως 000 ή



Αν προσθέσεις τα ψηφία σε κάθε σειρά διερεύνησης, για παράδειγμα:

904 → 13
945 → 18
514 → 10
431 → 8
……. …….

θα παρατηρήσεις ότι το άθροισμά τους είναι πάντα άρτιος αριθμός (εκτός από το άθροισμα της πρώτης σειράς). Η εξήγηση του παραπάνω φαινομένου αλγεβρικά δεν είναι εύκολη γιατί για να δείξεις πώς υπολογίζονται οι διαφορές του τριψήφιου αριθμού ‘abc’ θα πρέπει να εξετάσεις τις περιπτώσεις όπου a> b > c , b > a > c κ.λπ.
Τι συμβαίνει αν ξεκινήσεις με έναν τετραψήφιο αριθμό, για παράδειγμα τον 3714; Είναι το αποτέλεσμα διαφορετικό από αυτό που προκύπτει αν ξεκινήσεις με τον 2468;
Οι πενταψήφιοι αριθμοί, επίσης, παρουσιάζουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Μοιάζουν περισσότερο με τους τριψήφιους ή με τους τετραψήφιους αριθμούς εκκίνησης; Ποιες διαφορές παρατηρείς, αν ξεκινήσεις με περιττό ή με άρτιο αριθμό ψηφίων;

1300 Μετρώντας παράθυρα

1.

2 εκ.	=	20 χιλ.
5 εκ.	=	50 χιλ.
20 εκ.	=	200 χιλ.

2.

2 εκ. 6 χιλ.	=	26 χιλ.
5 εκ. 4 χιλ.	=	54 χιλ.
20 εκ. 7 χιλ.	=	207 χιλ.

3.

70 χιλ.	=	7 εκ.
40 χιλ.	=	4 εκ.
210 χιλ.	=	21 εκ.

4.

25 χιλ.	=	2 εκ. 5 χιλ.	=	2,5 εκ.
75 χιλ.	=	7 εκ. 5 χιλ.	=	7,5 εκ.

5.

3,7 εκ.	=	37 χιλ.
1,2 εκ.	=	12 χιλ.
12,8 εκ.	=	128 χιλ.
0,6 εκ.	=	6 χιλ.

6. 41,4 εκ.

7. (α) 41,4 εκ. × 34 εκ.
   (β) 52,3 εκ. × 35,7 εκ.
   (γ) 20,9 εκ. × 82,8 εκ.

1301 Τρεις στη σειρά

Μόλις τελειώσεις, να δείξεις τον πίνακα στο δάσκαλό σου και να εξηγήσεις ποιος κέρδισε.

1302 Λογικό παζλ

Στο παζλ της κάρτας, το 2 προκαλεί αλλαγή κάθε φορά αλλά αυτό δεν αποτελεί πληροφορία ικανή για να σε βοηθήσει να συμπληρώσεις το σχέδιο. Είναι σημαντικό να προσέξεις ότι:

Α) Παχύ μπλοκ βρίσκεται πάνω σε λεπτό.
Λεπτό μπλοκ βρίσκεται πάνω σε παχύ.

Β) Το μπλε βρίσκεται πάνω στο κίτρινο.
Το κίτρινο βρίσκεται πάνω από το κόκκινο.
Το κόκκινο βρίσκεται πάνω στο μπλε.

Γ) Το ορθογώνιο βρίσκεται πάνω στον κύκλο.
Το τρίγωνο βρίσκεται πάνω στο ορθογώνιο.
Ο κύκλος βρίσκεται πάνω στο τρίγωνο.

Δ) Το μικρό βρίσκεται πάνω στο μεγάλο.

Οι παραπάνω κανόνες σημαίνουν ότι:

Ο μικρός παχύς μπλε κύκλος πρέπει να βρίσκεται πάνω στο μεγάλο λεπτό κίτρινο τρίγωνο.

Το μικρό παχύ κίτρινο ορθογώνιο πρέπει να βρίσκεται πάνω στο μεγάλο λεπτό κίτρινο κύκλο.

Να δείξεις ένα από τα παζλ που έχεις φτιάξει στο δάσκαλό σου.

1303 Παραφίνες

1. Το προπάνιο έχει 8 άτομα υδρογόνου.
2. Ο τύπος για το προπάνιο είναι C_3H_8.

3. Μεθάνιο / Βουτάνιο / Αιθάνιο / Πεντάνιο

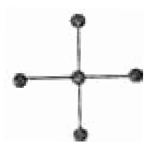
```
Μεθάνιο       H              Βουτάνιο    H     H     H     H
              |                          |     |     |     |
          H - C - H                 H -  C  -  C  -  C  -  C  -  H
              |                          |     |     |     |
              H                          H     H     H     H
Αιθάνιο     H     H          Πεντάνιο   H   H    H    H    H
            |     |                     |   |    |    |    |
        H - C  -  C – H            H -  C - C -  C -  C -  C - H
            |     |                     |   |    |    |    |
            H     H                     H   H    H    H    H
```

Ονομασία	Άτομα άνθρακα	Άτομα υδρογόνου	Τύπος
Μεθάνιο	1	4	CH_4
Αιθάνιο	2	6	C_2H_6
Προπάνιο	3	8	C_3H_8
Βουτάνιο	4	10	C_4H_{10}
Πεντάνιο	5	12	C_5H_{12}
Εξάνιο	6	14	C_6H_{14}

4.

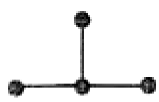
Ονομασία	Άτομα άνθρακα	Άτομα υδρογόνου	Τύπος
	27	56	$C_{27}H_{56}$

5. Για να βρεις τον αριθμό των ατόμων υδρογόνου, να διπλασιάσεις τον αριθμό των ατόμων του άνθρακα και να προσθέσεις 2.
   Ο γενικός τύπος είναι C_nH_{2n+2}

6. Το τρίτο ισομερές του πεντανίου είναι 

7. Υπάρχει μόνο μία διάταξη για το μεθάνιο, το αιθάνιο και το προπάνιο.

8. Το βουτάνιο έχει 2 ισομερή:

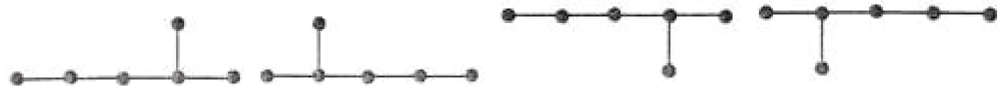


   Το πεντάνιο έχει 3 ισομερή (βλ. ερώτηση 6)
   Το εξάνιο έχει 5 ισομερή.
   Μετά από αυτό, ο αριθμός των ισομερών αυξάνει ραγδαία.

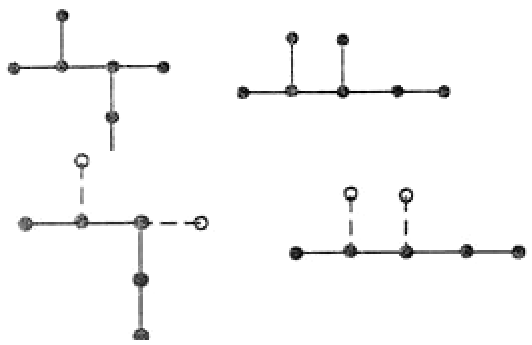
Το δεκάνιο ($C_{10}H_{22}$) έχει 75 ισομερή.

Το εικοσάνιο ($C_{20}H_{42}$) έχει 366319 ισομερή.

Μόνον ορισμένα από αυτά τα ισομερή έχουν απομονωθεί αλλά, θεωρητικά, θα μπορούσαν να υπάρχουν όλοι.
Όταν προσπαθείς να εντοπίσεις παραφίνες με πολλά άτομα άνθρακα, υπάρχει ο κίνδυνος να μετρήσεις το ίδιο μόριο δύο φορές.



Τα 4 παραπάνω διαγράμματα απεικονίζουν **ακριβώς τον ίδιο** τύπο εξανίου.
Υπάρχουν λιγότερο φανερές επαναλήψεις. Μπορείς να εξηγήσεις γιατί οι παρακάτω αλυσίδες απεικονίζουν τον ίδιο τύπο επτανίου;
Να παρατηρήσεις τη μεγαλύτερη αλυσίδα (στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει 5 άτομα άνθρακα) και να εξηγήσεις για ποιο λόγο οι αλυσίδες είναι ίδιες:



Περισσότερες λεπτομέρειες για τα ισομερή των απλών παραφινών μπορείς να βρεις στα βιβλία οργανικής χημείας.

9. Για να μάθεις ποια ισομερή υπάρχουν και ποιες είναι οι διάφορες ιδιότητές τους, να ζητήσεις από τον καθηγητή σου να σου συστήσει κάποιο καλό βιβλίο χημείας.

1304 Ένα πρόβλημα με φιγούρες των ατού

Αυτή είναι μία λύση.

A	K	Q	J
Q	J	A	K
J	Q	K	A
K	A	J	Q

Μπορείς να συμπληρώσεις τον πίνακα έτσι ώστε κάθε σειρά, στήλη ή διαγώνιος να έχει 4 διαφορετικά χρώματα επίσης;

1306 Εκτιμήσεις με δεκαδικούς

1. Πώς μάντεψες το αποτέλεσμα της διαίρεσης 24 : 5; Το υπολόγισες με το νου;

2. 4,8

3. Τα αποτελέσματα των πράξεων που μάντεψες και σημείωσες στον πίνακα θα πρέπει να είναι παρόμοια με τα παρακάτω. Αν δεν είσαι βέβαιος-η για αυτά, να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

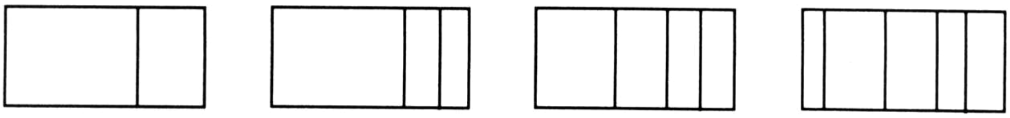
	ΜΑΝΤΕΥΩ	ΑΡΙΘΜΟΜΗΧΑΝΗ
17 : 4	4 και κάτι	4,25
15 : 4	σχεδόν 4	3,75
17 : 2	8 και μισό	8,5
25 : 4	6 και κάτι	6,25
101 : 10	10 και κάτι	10,1
7 : 2	3 και μισό	3,5
16 : 5	3 και κάτι	3,2
19 : 5	λίγο λιγότερο από 4	3,8
18 : 8	2 και κάτι	2,25
19 : 8	2 και λίγο περισσότερο	2,375
23 : 3	σχεδόν 8	7,6666666
29 : 7	4 και κάτι	4,1428571

4. Η απάντηση θα πρέπει να είναι 24 γιατί ο πολλαπλασιασμός είναι πράξη αντίστροφη της διαίρεσης. Ο όρος «αντιστροφή» εξηγείται στην κάρτα 0781.

5. Αν δεν έχεις βρει με πολλαπλασιασμό τον αριθμό που αρχικά διαίρεσες, να ζητήσεις από το δάσκαλό σου να ελέγξει τη μέθοδο που χρησιμοποίησες.

1307 Τμήματα

Ένας λογικός τρόπος για να πραγματοποιήσεις αυτήν τη διερεύνηση είναι να ξεκινήσεις με μερικά απλά παραδείγματα. Για παράδειγμα, θα μπορούσες να ξεκινήσεις μελετώντας μόνο για κάθετες γραμμές.



1 κάθετη γραμμή
2 τμήματα

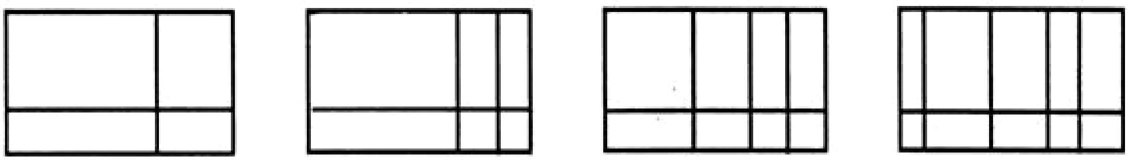
2 κάθετες γραμμές
3 τμήματα

3 κάθετες γραμμές
4 τμήματα

4 κάθετες γραμμές
5 τμήματα

Μπορείς να περιγράψεις τη σχέση ανάμεσα στις κάθετες γραμμές και στα τμήματα;

Στη συνέχεια, να χαράξεις μια οριζόντια γραμμή:



1 οριζόντια γραμμή
1 κάθετη γραμμή
4 τμήματα

1 οριζόντια γραμμή
2 κάθετες γραμμές
6 τμήματα

1 οριζόντια γραμμή
3 κάθετες γραμμές
8 τμήματα

1 οριζόντια γραμμή
4 κάθετες γραμμές
10 τμήματα

Μπορείς να περιγράψεις τις σχέσεις αυτήν τη φορά;
Να συνεχίσεις χαράσσοντας 2 οριζόντιες γραμμές, 3 οριζόντιες γραμμές, . . .
Θα ήταν χρήσιμο να παρουσιάσεις τα αποτελέσματα σε έναν πίνακα.

Οριζόντιες γραμμές

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
0						
1	2	4	6			
2	3	6				
3	4	8	12			
4	5	10				
5						

Κάθετες γραμμές

Αν δεν αναγνωρίζεις κανέναν κανόνα στον πίνακα, θα πρέπει να σχεδιάσεις μερικά ακόμη ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

Όταν θα έχεις αρκετούς αριθμούς στον πίνακα, θα παρατηρήσεις ότι είναι συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο, π.χ. 2 οριζόντιες γραμμές και 1 κάθετη γραμμή δίνουν τον ίδιο αριθμό τμημάτων, όπως 1 οριζόντια και 2 κάθετες γραμμές. Γιατί συμβαίνει αυτό;

Να προβλέψεις πόσα τμήματα σχηματίζονται από:
0 οριζόντιες και 5 κάθετες γραμμές
2 οριζόντιες και 2 κάθετες γραμμές

Μπορείς να προβλέψεις τους αριθμούς που θα εμφανιστούν στη στήλη των n οριζόντιων γραμμών;
Μπορείς να προβλέψεις τους αριθμούς που θα εμφανιστούν στη σειρά των m κάθετων γραμμών;
Προσπάθησε να διατυπώσεις ένα γενικό κανόνα, για να υπολογίζεις τον αριθμό των τμημάτων που θα σχηματιστούν σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με m κάθετες και n οριζόντιες γραμμές.

1310 Σχεδιάζοντας μια κούζινα

Σχεδιάζοντας μια κουζίνα

• Πώς αποφάσισες ότι υπάρχει αρκετός χώρος για να εργασθεί ένα άτομο στην κουζίνα;

• Τοποθέτησες την κουζίνα κοντά στο ντουλάπι του πάγκου;

• Ποιες συσκευές δεν τοποθέτησες στην κουζίνα;

Πόσο θα σου κοστίσει η κουζίνα;

1. Ποια έχεις προβλέψει ότι θα είναι η τιμή της ηλεκτρικής κουζίνας;
   Πιστεύεις ότι η κουζίνα υγραερίου είναι πιο φθηνή από την ηλεκτρική κουζίνα;

2. Δε χρειάζεται να είσαι πολύ ακριβής όταν προσθέσεις όλες σου τις προβλέψεις γιατί αυτός είναι απλώς ένας πρόχειρος, κατά προσέγγιση υπολογισμός. Μια λογική απάντηση θα ήταν 3000 ευρώ ή 4500 ευρώ ή 8500 ευρώ παρά 3003,45 ευρώ ή 4528,60 ευρώ ή 8523,90 ευρώ.

3. Η απάντησή σου θα εξαρτηθεί από τις επιλογές σου.

4. Η απάντησή σου στην ερώτηση 2 θα είναι πιθανόν πολύ διαφορετική από την απάντησή σου στην ερώτηση 3 γιατί η αγορά επίπλων κουζίνας και εξοπλισμού δεν συμβαίνει πολύ συχνά.

5. Ποιες μεταχειρισμένες συσκευές επέλεξες να αγοράσεις; Ήταν όλες ηλεκτρικές;

Η κουζίνα στο σπίτι σου

Οι μετρήσεις θα διαφέρουν πολύ από κουζίνα σε κουζίνα, γι' αυτό θα χρειασθεί να δείξεις την εργασία σου στον δάσκαλό σου.

1312 Ακολουθίες

1.	4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25……….	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 3.
2.	3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17............	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 2.
3.	6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41...........	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 5.
4.	5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33.....…....	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 4.
5.	4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25……….	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 3.
6.	6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41...........	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 5.
7.	5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33……….	Ο κανόνας είναι να προσθέσεις 4.

1313 Σχέδια με σπίρτα

1.	4,	12,	24,	40,	60,	84,	. . .
2.	3,	9,	18,	30,	45,	63,	. . .
3.	6,	16,	30,	48,	70,	96,	. . .
4.	6,	18,	36,	60,	90,	126,	. . .

1316 Μοιράζοντας

1. Αρχική γραμμή σε εκατοστά 5
   χωρισμένη στη μέση 2,5
   χωρισμένη στη μέση ξανά 1,25
   χωρισμένη στη μέση ξανά 0,625
   χωρισμένη στη μέση ξανά 0,3125
   0,15625
   0,078125
   0,0390625.........

Ο αριθμός 0,0390625 μπορεί να φαίνεται μεγαλύτερος από τον αριθμό 5 γιατί έχει περισσότερα ψηφία

Το ψηφίο 5 του αριθμού 0,0390625 ισοδυναμεί με 5/10000000, ενώ ο αριθμός 5 ισοδυναμεί με 5 ακέραιες μονάδες.

α) 5
β) 2,5
γ) 0,3125
δ) 0,625

2. Αρχικός αριθμός 4
   χωρισμένος στη μέση 2
   χωρισμένος ξανά στη μέση 1
   και ξανά 0,5
   0,25
   0,125
   0,0625
   0,03125

α) 0,5
β) 0,125
γ) 1
δ) 0,25

3. Αρχική γραμμή 20
   10 φορές μικρότερη 2
   10 φορές μικρότερη 0,2
   10 φορές μικρότερη 0,02
   10 φορές μικρότερη 0,002
   10 φορές μικρότερη 0,0002
   10 φορές μικρότερη 0,00002…………

Αν ήταν πραγματικά απαραίτητο να χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι, μπορείς να διακρίνεις τώρα με το νου έναν τρόπο διαίρεσης με το 10;

α) 2
β) 0,2
γ) 0,002

4. α) 0,75
   β) 0,1875
   γ) 1,5
   δ) 0,75

<u>1317 Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας με το Δέκα</u>

- Πολλαπλασιάζω με το 10

Χιλιάδες	Ε	Δ	Μ δ	ε	χ	
	 7	7 **6**	6 , **0 ,**			
	 2	2 **5**	5 , 3 **3 ,**			
		 6	6 , 7 **7 , 2**	2 **3**	3	
		 5	5 , **0 ,**			
			0 , 0 **0 , 0**	0 **2**	2 **1**	1
 9	9 **7**	7 **0**	0 , **0 ,**			
	 8	8 **3**	3 , 2 **2 ,**			
	 1	1 **8**	8 , 4 **4 , 2**	2 **3**	3	
			0 , 2 **2 , 0**	0 **6**	6	
	 1	1 **2**	2 , **0 ,**			

Θα πρέπει να παρατηρήσεις ότι όλοι οι αριθμοί μετατοπίζονται κατά μία θέση προς τα αριστερά.

Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει αν οι δικοί σου πέντε αριθμοί ακολουθούν τον κανόνα:

Πολλαπλασιάζοντας με το 10, οι αριθμοί μετακινούνται κατά **μία** θέση προς τα **αριστερά**.

- Διαιρώ με το 10

Χ	Ε	Δ	Μ δ	ε	χ		
		7	6 , **7 , 6**				
		2	5 , 3 **2 , 5**	 **3**			
			6 , 7 **0 , 6**	2 **7**	3 **2**	 **3**	
			5 , **0 , 5**				
			0 , 0 **0 , 0**	0 **0**	2 **0**	1 **2**	 **1**
	9	7 **9**	0 , **7 ,**				
		8	3 , 2 **8 , 3**	 **2**			

		1	8 , 4 **1 , 8**	2 **4**	3 **2**	**3**	
			0 , 2 **0 , 0**	0 **2**	6 **0**	**6**	
		1	2 , **1 , 2**				

Θα πρέπει να παρατηρήσεις ότι όλοι οι αριθμοί μετατοπίζονται κατά **μία** θέση προς τα **δεξιά**.

Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει αν οι δικοί σου πέντε αριθμοί ακολουθούν τον κανόνα:
Διαιρώντας με το 10, οι αριθμοί μετακινούνται κατά **μία** θέση προς τα **δεξιά.**

- Πολλαπλασιάζω με το 100

Χ	Ε	Δ	Μ δ	ε	χ		
7	**6**	7 **0**	6 , **0 ,**				
2	**5**	2 **3**	5 , 3 **0 ,**				
	6	**7**	6 , 7 **2 , 3**	2	3		
	5	**0**	5 , **0 ,**				
		. **.** **.**					

Θα πρέπει να παρατηρήσεις ότι όλοι οι αριθμοί μετατοπίζονται κατά δύο θέσεις προς τα αριστερά.

Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει αν οι δικοί σου πέντε αριθμοί ακολουθούν τον κανόνα:

Πολλαπλασιάζοντας με το εκατό, οι αριθμοί μετακινούνται κατά **δύο** θέσεις προς τα ***αριστερά***.

- Διαιρώ με το 100

Χ	Ε	Δ	Μ δ	ε	χ		
		7	6 , **0 , 7**	**6**			
		2	5 , 3 **0 , 2**	**5**	**3**		
			6 , 7 **0 , 0**	2 **6**	3 **7**	**2**	**3**
		. . .					

Θα πρέπει να παρατηρήσεις ότι όλοι οι αριθμοί μετατοπίζονται κατά δύο θέσεις προς τα δεξιά.
Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει αν οι δικοί σου πέντε αριθμοί ακολουθούν τον κανόνα:

Διαιρώντας με το 10 οι αριθμοί μετακινούνται κατά **δύο** θέσεις προς τα **δεξιά.**

- Όταν πολλαπλασιάζεις με το 1000, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **τρεις** θέσεις προς τα **αριστερά.**
- Όταν διαιρείς με το 1000, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **τρεις** θέσεις προς τα **δεξιά.**

Να αντιγράψεις την παρακάτω περίληψη της εργασίας σου στο τετράδιό σου.

- Όταν πολλαπλασιάζεις με το 10, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **μία** θέση προς τα **αριστερά.**
- Όταν πολλαπλασιάζεις με το 100, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **δύο** θέσεις προς τα **αριστερά.**
- Όταν πολλαπλασιάζεις με το 1000, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **τρεις** θέσεις προς τα **αριστερά**.
- Όταν πολλαπλασιάζεις με το 10000, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **τέσσερις** θέσεις προς τα **αριστερά**.

.
.
.
.

- Όταν διαιρείς με το 10, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **μία** θέση προς τα **δεξιά**.
- Όταν διαιρείς με το 100, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **δύο** θέσεις προς τα **δεξιά.**
- Όταν διαιρείς με το 1000, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **τρεις** θέσεις προς τα **δεξιά.**
- Όταν διαιρείς με το 10000, όλοι οι αριθμοί μετακινούνται κατά **τέσσερις** θέσεις προς τα **δεξιά.**

.
.
.
.

1319 Διαδοχικοί αριθμοί

- Το 6 × 7 × 8 διαιρείται με το 24.
  Ποια άλλα σύνολα τριών διαδοχικών αριθμών υπάρχουν, το γινόμενο των οποίων διαιρείται με το 24; Μπορείς να εξηγήσεις γιατί; Η εξήγησή σου συμπεριλαμβάνει παραδείγματα όπως το 7 × 8 × 9;

Ίσως θελήσεις να χρησιμοποιήσεις ένα λογιστικό φύλλο. Ακολουθεί η αρχή ενός τέτοιου φύλλου, για να δεις τα αποτελέσματα του γινομένου τριών διαδοχικών αριθμών που διαιρούνται με το 24.

	Α	Β	Γ	Δ	Ε
1	n	n + 1	n + 2	n(n + 1)(n + 2)	n(n + 1)(n + 2)/24
2	1	2	3	6	0,25
3	2	3	4	24	1
4	3	4	5	60	2,5
5	4	5	6	120	5

Γιατί ο ένας από τους τρεις διαδοχικούς αριθμούς είναι πάντα πολλαπλάσιο του 3;
Να τροποποιήσεις τον τύπο στο λογιστικό φύλλο, για να δεις ποια γινόμενα διαδοχικών αριθμών διαιρούνται με το 20.
Να εξετάσεις το γινόμενο **τεσσάρων** διαδοχικών αριθμών.

- Ποια γινόμενα διαιρούνται με το 24;
- Ποια διαιρούνται με το 120;

Να αιτιολογήσεις τις απαντήσεις σου.

- Τι μπορείς να πεις για τους παράγοντες του γινομένου οποιουδήποτε συνόλου τεσσάρων διαδοχικών αριθμών;

Να δοκιμάσεις με **πέντε** διαδοχικούς αριθμούς.

1320 Εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου

1. 28τ.εκ. 2. 65τ.εκ. 3. 45τ.εκ. 4. 78τ.εκ.
5. 22,5τ.μ.
6. 2χμ = 2000μ. Επομένως, το εμβαδόν είναι 160000τ.μ.
7. Εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος = εμβαδόν Α + εμβαδόν Β
   = (4μ × 3μ) + (3μ × 2μ)
   = 12τ.μ. + 6τ.μ.
   = 18τ.μ.
8. Εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος = (6εκ × 7,5εκ) + (3εκ × 2εκ)
   = 45τ.εκ. + 6τ.εκ.
   = 51τ.εκ.
9. Εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος = (2εκ × 10εκ) + (4,2εκ × 2εκ)
   = 20τ.εκ. + 8,4τ.εκ.
   = 28,4τ.εκ.
10. Εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος = (9μ × 11μ) + (7μ × 4μ) + (6μ × 8μ)
    = 99τ.μ. + 28τ.μ. + 48τ.μ.
    = 175τ.μ.

Μπορεί να έχεις χωρίσει το σχήμα με διαφορετικό τρόπο σε ορθογώνια, ωστόσο η απάντησή σου πρέπει να είναι ίδια.

11. Εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος = (10μ × 5,2μ) – (3μ × 2μ)
    = 52τ.μ. – 6τ.μ.
    = 46τ.μ.
12. Εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος = (7εκ × 11,3εκ) – (3εκ × 3,5εκ)
    = 79,1τ.εκ. – 10,5τ.εκ.
    = 68,6τ.εκ.

1322 Στερεά σχήματα

1. Ο κύβος έχει 6 έδρες.
2. Ο κύβος έχει 8 κορυφές.
3. Ο κύβος έχει 12 ακμές.
4. Παρακάτω, δίνονται ορισμένα στερεά σχήματα, τα οποία μπορείς να συμπεριλάβεις στον πίνακά σου.

ΣΧΗΜΑ	ΕΔΡΕΣ	ΚΟΡΥΦΕΣ	ΑΚΜΕΣ
Κύβος	6	8	12
Τετράεδρο	4	4	6
Κύλινδρος	2	0	2
Τετραγωνική πυραμίδα	5	5	8
Τριγωνικό πρίσμα	5	6	9
Παραλληλεπίπεδο	6	8	12
Σφαίρα	1	0	0

Αν οι απαντήσεις σου διαφέρουν, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

5. Ο κύλινδρος και η σφαίρα δεν έχουν κορυφές.

1324 Αθροίσματα στον πίνακα με τα καρφάκια

4+3 = **7**
1+**2** = **3**
3+**3** = **6**

Ζήτησε από κάποιον να ελέγξει τα αποτελέσματά σου.

1325 Ίσα Ποσά

5 + **3** = 8
5 + **1** = 6

Ζήτησε από κάποιον να ελέγξει τα αποτελέσματά σου.

1328 Χώρος για να κινηθείς

- Όταν καταγράψεις τις μετρήσεις του μεγαλύτερου ύψους που μπορείς να φτάσεις καθισμένος-η στην πολυθρόνα, να έχεις υπόψη σου ότι το άτομο με κάποια σωματική αναπηρία μπορεί να μην έχει τη δυνατότητα να τεντωθεί τόσο πολύ.

Ποια πράγματα μπόρεσες να φτάσεις;
Οι περισσότεροι διακόπτες και τα χερούλια της πόρτας βρίσκονται σε τέτοιο ύψος, ώστε να μπορεί το άτομο με κάποια σωματική αναπηρία να τα φτάσει.

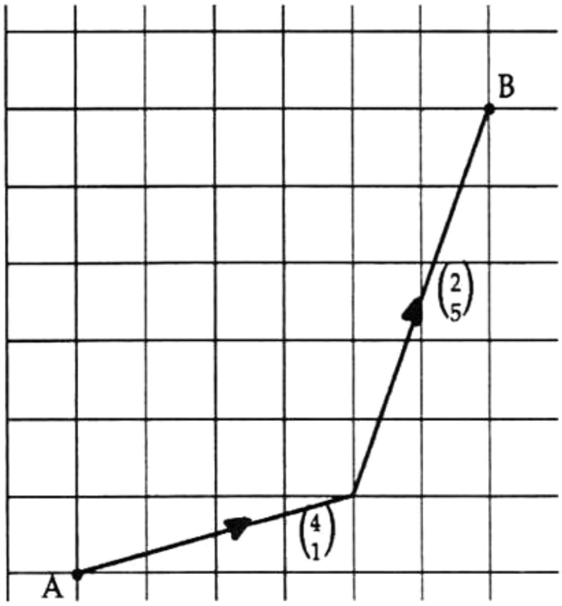
- Στο σχολείο σου έχουν ληφθεί μέτρα ώστε άτομα καθηλωμένα στην αναπηρική πολυθρόνα να μπορούν:

α. να μετακινούνται άνετα στην ώρα των μαθηματικών;
β. να φτάσουν όλες τις κάρτες Smile;
γ. να χρησιμοποιήσουν τον εξοπλισμό της τάξης;

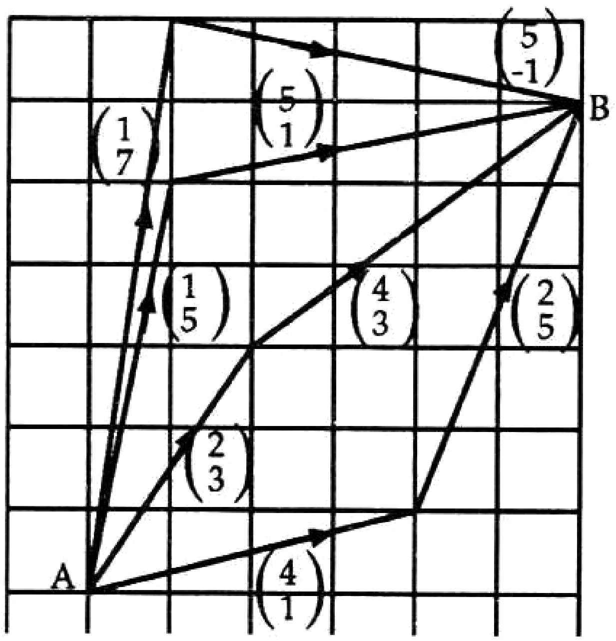
- Πολλά δημόσια κτίρια τώρα παρέχουν ειδικές διευκολύνσεις σε άτομα με κάποια σωματική αναπηρία. Ποιες είναι οι διευκολύνσεις αυτές; Μπορείς να αναφέρεις παραδείγματα καταστημάτων ή άλλων δημόσιων κτιρίων που παρέχουν τέτοιες διευκολύνσεις;

1329 Διαδρομές

1.



2. Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζονται 4 διαδρομές δύο φάσεων, οι οποίες αρχίζουν από το σημείο Α και καταλήγουν στο σημείο Β.
   Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν.



3. Ακολουθούν κάποια πιθανά αποτελέσματα

Διαδρομή από το Α στο Β	
Απλό Διάνυσμα	Διαδρομή Δύο Φάσεων
$\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Αν δεν είσαι βέβαιος/η για τα αποτελέσματα, να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

4. Το καθένα από τα σύνολα των δύο διανυσμάτων δίνει ως άθροισμα $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$, το απλό διάνυσμα.
5. Το διάνυσμα $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ περιγράφει τη διαδρομή 3 τετράγωνα δεξιά και 2 τετράγωνα κάτω.
6. Πολλές πιθανές απαντήσεις.
7. Το καθένα από τα σύνολα των τριών διανυσμάτων έχει άθροισμα $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$, το απλό διάνυσμα.
8. Πολλές πιθανές απαντήσεις.
9. Το σύνολο των διανυσμάτων για κάθε διαδρομή από το σημείο Ε στο Ζ πρέπει να έχει άθροισμα $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$, το απλό διάνυσμα.
10. Αν δεν είσαι σίγουρος/η για τα αποτελέσματά σου, να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.
11. Αν δεν είσαι σίγουρος για τα αποτελέσματά σου, να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

1330 Ας σχεδιάσουμε ένα Σούπερ Μάρκετ

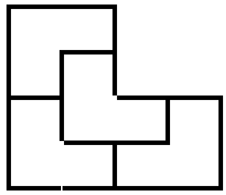
1. 1 δωδεκάδα (ντουζίνα) αυγά →1 μεγάλη κονσέρβα ροδάκινα → $\frac{1}{2}$ κιλό ρύζι→ 250 γρ. καφές → 1 κονσέρβα τροφής σκύλου → $\frac{1}{2}$ κιλό βούτυρο → 1 φρέσκος ανανάς → 1 μεγάλο άσπρο ψωμί.
2. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Αν το κάθε μέλος της ομάδας σου πήγαινε σε διαφορετικό σούπερ μάρκετ, θα ήταν όμοια τα σχέδια;
3. Η σειρά των προϊόντων στη λίστα αγοράς εξαρτάται από το σούπερ μάρκετ της περιοχής.
4. Ο τρόπος με τον οποίο τα σούπερ μάρκετ εκθέτουν τα προϊόντα που έχουν είναι τέτοιος ώστε να ενθαρρύνουν τους πελάτες να αγοράσουν περισσότερα.
5. Να παρουσιάσεις το δικό σου σχεδιάγραμμα ενός σούπερ μάρκετ. Ποιους παράγοντες έλαβες υπόψη για να κάνεις το σχεδιάγραμμα;

1345 Παντογνώστης

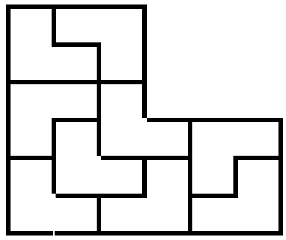
Το δεύτερο ψηφίο είναι ή 6 ή 8. Μπορείς να καταλάβεις γιατί;

1347 Τρόμινο

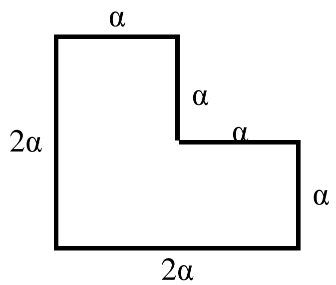
1. α)



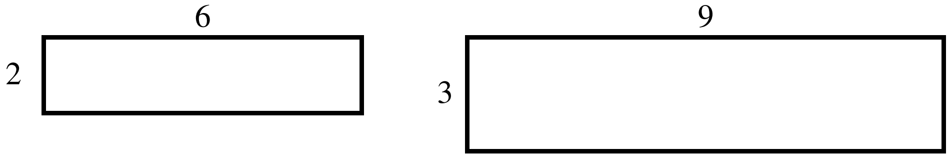
2. α) 27 τ. εκ.
   β) 3 τ εκ.
   γ) 9



3. Πολλές πιθανές απαντήσεις. Σε κάθε περίπτωση, τα μήκη πρέπει να βρίσκονται στην αναλογία που δίνεται.



4. Πολλές πιθανές απαντήσεις. Σε κάθε περίπτωση, το ορθογώνιο πρέπει να είναι τρεις φορές μεγαλύτερο σε μήκος από αυτό που είναι σε πλάτος.



1348 Να παρατηρήσεις και να μαντέψεις

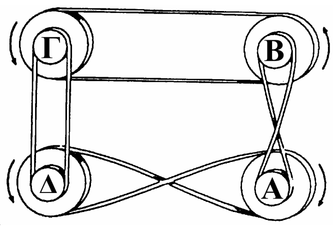
1. Δ
2. Β
3. Δ, Ι, Θ, Α, Ε, Γ, Η, Ζ, Β
4. Ζ
5. Ε
6. Ζ, Γ, Θ, Α, Η, Β, Δ, Ε
7. Ι
8. Ε
9. Ι, Γ, Η, Δ, Α και Β, Ζ και Θ, Ε
10. α) Το παλάτι Μπάκιγκχαμ
11. β) Το Κοινοβούλιο
12. β) Το Όξφορντ Σέρκους
13. β) Το Όξφορντ Σέρκους
14. α) Διαμέσου Όξφορντ Σέρκους
15. Οδός Μπο → Πικαντίλι Σέρκους → Πλατεία Τραφάλγκαρ → Κοινοβούλιο ή
    Κοινοβούλιο → Πλατεία Τραφάλγκαρ → Πικαντίλι Σέρκους → οδός Μπο
16. Σταθμός Βικτόρια

1349 Χρονολογική γραμμή

1-5. Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει τις απαντήσεις σου.
6-8. Να δείξεις τις απαντήσεις σου στο δάσκαλό σου.

1352 Τροχοί

- Στην πρώτη περίπτωση: αν ο τροχός Α γυρίζει προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού, ο Β γυρίζει αντίστροφα, ο Γ γυρίζει προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού και ο Δ αντίστροφα.
- Στη δεύτερη περίπτωση, οι τροχοί Α και Γ γυρίζουν προς την ίδια φορά και οι Β και Δ γυρίζουν αντίστροφα.



- Στο διπλανό σχήμα, ο τροχός Α γυρίζει δεξιόστροφα και οι Β, Γ και Δ γυρίζουν αντίστροφα.
- Έχεις βρει άλλους τρόπους τοποθέτησης των ιμάντων;

1353 Πόσα πράγματα;

1. 24 μερίδες τυρί (6 × 4)
2. 32 πόδια (4 × 8)
3. 22 πόδια (11 × 2)
4. 5 μολύβια σχεδιασμού σε κάθε πακέτο (15 : 3)
5. 8 κουτιά Κόκα Κόλα (12 × 4)
6. 3 μήλα το καθένα (9 : 3)
7. 21 βελάκια (7 × 3)
8. 50 κομμάτια σοκολάτας (5 × 10)
9. 30 δάχτυλα (3 × 10 ή 6 × 5)
10. 54 αυγά (9 × 6)
11. 5 παίκτες (10 : 2)
12. 21 κουμπιά (3 × 7)
13. 32 ρόδες (4 × 8) ή 40 ρόδες (5 × 8) μαζί με τη ρεζέρβα.
14. 5 κουτιά μολύβια (50 : 10)
15. 64 λουκάνικα (8 × 8)

1356 Πόσο κοστίζουν;

1. 1,35 ευρώ
2. 2,10 ευρώ
3. 70 λεπτά
4. Όχι, επειδή 50 λεπτά + 50 λεπτά + 50 λεπτά = 1,50 ευρώ
5. 1,50 ευρώ
6. 1,8 ευρώ
7. 3,28 ευρώ, επειδή τα μήλα συνολικά κοστίζουν 72 λεπτά
8. Όχι, επειδή 25 λεπτά+25 λεπτά+25 λεπτά = 75 λεπτά
9. 1,5 ευρώ
10. 2,25 ευρώ
11. 3,25 ευρώ ρέστα

    2 ποτήρια = 1,4 ευρώ

    $\frac{1}{2}$ ποτήρι = 35 λεπτά

    70 λεπτά + 70 λεπτά + 35 λεπτά = 1,75 ευρώ
12. Ναι 4,3 ευρώ + 4,3 ευρώ = 8,6 ευρώ

1357 Σημεία που λείπουν

1. $60 \ \boxed{:} \ 15 = 4$
2. $60 \ \boxed{+} \ 15 = 75$
3. $60 \ \boxed{\times} \ 15 = 900$
4. $60 \ \boxed{-} \ 15 = 45$
5. $456 \ \boxed{+} \ 3 = 459$
6. $456 \ \boxed{\times} \ 3 = 1368$
7. $456 \ \boxed{-} \ 3 = 453$
8. $456 \ \boxed{:} \ 3 = 152$
9. $35 \ \boxed{\times} \ 5 = 175$
10. $260 \ \boxed{\times} \ 10 = 2600$
11. $12 \ \boxed{\times} \ 13 = 156$
12. $455 \ \boxed{\times} \ 5 = 2275$
13. $1246 \ \boxed{+} \ 39 = 1285$
14. $1246 \ \boxed{-} \ 39 = 1207$
15. $12 \ \boxed{+} \ 13 = 25$
16. $455 \ \boxed{+} \ 5 = 91$
17. $313 \ \boxed{-} \ 156 = 157$
18. $333 \ \boxed{\times} \ 3 = 999$
19. $924 \ \boxed{-} \ 154 = 6$
20. $924 \ \boxed{:} \ 6 = 154$

    $924 \ \boxed{-} \ 770 = 154$

1361 Τρεις στη σειρά

3 ψηφία στη σειρά		Αντιστροφή ψηφίων	Αποτέλεσμα
159	+	951	1110
789	+	987	1776
456	+	654	1110
123	+	321	444
753	+	357	1110
741	+	147	888
852	+	258	1110
963	+	369	1332

Να προσέξεις τα παρακάτω:

- Το 1110 εμφανίζεται τέσσερις φορές. Είναι το άθροισμα των αριθμών που βρίσκονται στην ίδια σειρά και έχουν το 5 στη μεσαία θέση.
- $444 \rightarrow 444 \times 1$
$888 \rightarrow 444 \times 2$
$1332 \rightarrow 444 \times 3$
$1766 \rightarrow 444 \times 4$

1363 Πλέγματα εξαγώνων

Θα πρέπει να έχεις βρει ότι ποτέ δεν χρειάζεσαι περισσότερα από 4 χρώματα. Συνήθως, χρησιμοποιούμε λιγότερα.

1366 Ζεύγη

Να αντιγράψεις στο τετράδιό σου τα ζεύγη των καρτών που κέρδισες και να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

1367 Γραμμές

Να σημειώσεις τους αριθμούς που μπόρεσες να καλύψεις. Ποιών αριθμών πολλαπλάσια είναι;

1368 Η ταινία του Mobius

Στη συγκεκριμένη έρευνα μπορείς να μεταβάλλεις:

- τον αριθμό κοψιμάτων,
- τη θέση του κοψίματος,
- τον αριθμό των στροφών.

Με ένα συστηματικό τρόπο προσέγγισης θα πρέπει να είναι δυνατό να βρεις κάποιους κανόνες.

1374 Εννέα σύνδεσμοι

1. (α)

31	81	63	72	54
-13	-18	-36	-27	-45
18	63	27	45	9

Η αλυσίδα είναι 31→18→63→27→45→9

(β) 67→9

(γ) 25→27→45→9

(δ) 39→54→9

2. Με εξαίρεση τον αριθμό εκκίνησης, κάθε αριθμός στην αλυσίδα είναι πολλαπλάσιο του 9.

3.

63→27→45→9

52→27→45→9

85→27→45→9

47→27→45→9

63, 52, 85, 47 → 27→45→9

4. Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα

95, 6, 62 → 36→27→45→9

5.

Διαφορά ψηφίων	Παράδειγμα	Αλυσίδα
1	23	→ 9
2	24	→18→63→27→45→9
3	25	→27→45→9
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Για να εξηγήσεις πώς λειτουργεί, σκέψου αρχικά έναν αριθμό που η διαφορά των ψηφίων του να είναι 1, όπως για παράδειγμα ο αριθμός 34.

- Αλλάζοντας το 3 με το 4, προσθέτεις 10.
- Αλλάζοντας το 4 με το 3, αφαιρείς 1 . . .

<u>1376 Εργασίες στη σειρά</u>

Κάθε άνθρωπος έχει το δικό του τρόπο για να κάνει τις παρακάτω δουλειές. Ακολουθεί μια ομάδα λογικών απαντήσεων.

ΠΛΥΣΙΜΟ ΧΕΡΙΩΝ	**ΤΗΛΕΦΩΝΗΜΑ**	**ΨΗΣΙΜΟ ΚΑΦΕ**
Ανεβάζω τα μανίκια	Σηκώνω το ακουστικό	Βάζω νερό στο τσαγερό
Βάζω την τάπα στο νιπτήρα	Περιμένω να ακούσω τον ήχο κλήσης	Ζεσταίνω το νερό
Ανοίγω τη βρύση	Σχηματίζω τον αριθμό τηλεφώνου	Βάζω στιγμιαίο καφέ στην κούπα
Κλείνω τη βρύση	Ακούω το χαρακτηριστικό ήχο	Προσθέτω ζάχαρη
Πλένω τα χέρια μου με σαπούνι	Βάζω κέρματα στο κουτί	Σβήνω τη φωτιά
Ξεπλένω τα χέρια	Μιλώ στο τηλέφωνο	Ρίχνω το ζεστό νερό
Αφαιρώ την τάπα	Τοποθετώ το ακουστικό στη θέση του	Προσθέτω γάλα
Στεγνώνω τα χέρια μου		Ανακατεύω

ΒΑΖΩ ΒΕΝΖΙΝΗ

Σβήνω τη μηχανή

Αφαιρώ το καπάκι του ρεζερβουάρ

Διαλέγω το είδος της βενζίνης

Παίρνω την αντλία

Βάζω το άκρο της αντλίας στο ντεπόζιτο

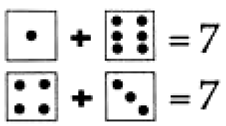
Το γεμίζω με βενζίνη

Βάζω ξανά το καπάκι στη θέση του

Πληρώνω τον ταμία

<u>1377 Ζάρια</u>

1.



3. Να παρουσιάσεις στο δάσκαλό σου το ανάπτυγμα του ζαριού σου με τις τελείες σημειωμένες πάνω σε αυτό.
5. Να βεβαιωθείς ότι οι τελείες δίνουν πάντα άθροισμα 7.

1378 Απεικονίσεις

1. Αυτοκίνητα → Λάστιχα

Αυτοκίνητα		Λάστιχα
4	→	20
5	→	25
12	→	60
100	→	500
n	→	5n

2. Έντομα → Πόδια

Έντομα		Πόδια
4	→	24
5	→	30
12	→	72
100	→	600
n	→	6n

3. Τρίγωνα → Σπιρτόξυλα

Τρίγωνα		Σπιρτόξυλα
4	→	9
5	→	11
12	→	25
100	→	201
n	→	2n + 1

4. Πάσσαλοι → Κομμάτια σύρμα

Πάσσαλοι		Κομμάτια σύρμα
4	→	9
5	→	12
12	→	33
100	→	297
n	→	3(n- 1) ή 3n –3

5. 50 → 200
   n → 4n

6. 50 → 201
   n → 4n + 1

7. 50 → 25
   n → $\frac{1}{2}$n

8. (α), (β) και (δ)

9. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Κάποιες πιθανές απαντήσεις είναι οι ακόλουθες: n → 3n n → n+8 n → n2-4 n → 4(n – 1)
   Αν διαφέρουν, να ελέγξεις τις απαντήσεις σου με το δάσκαλό σου.

1379 Ψάρεμα

2.
(0, 0) → (0 , 6) → (3 , 6) → (3 ,12) → (7,12) →
(7,10) → (11,10) → (11,12) → (15,12) → (15,4) →
(11,4) → (11, 6) → (7 , 6) → (7 , 2) → (10,2) →
(10,0) → (11, 6) → (7 , 6) → (7 , 2) → (10,2) →
(10,0) → (15, 0)

1381 Χρήματα

1. 4×9 λεπτά = 36 λεπτά	Τέσσερις φορές τα 9 λεπτά κάνουν 36 λεπτά.
2. 24 λεπτά : 3 = 8 λεπτά	Αν μοιράσουμε 24 λεπτά σε 3 ανθρώπους, θα πάρει ο καθένας 7 λεπτά.
3. 50 λεπτά – 28 λεπτά = 22 λεπτά	Υπολείπονται 22 λεπτά.
4. 5×7 λεπτά = 35 λεπτά	Πέντε φορές οι 7 πένες κάνουν 35 λεπτά.
5. 26 λεπτά : 2 = 13 λεπτά	Αν μοιράσουμε 26 λεπτά σε δύο ανθρώπους, ο καθένας θα πάρει 20 λεπτά.
6. α) 4×20 λεπτά = 80 λεπτά	Αν η μία σοκολάτα κοστίζει 13 λεπτά, οι 4 σοκολάτες κοστίζουν 80 λεπτά.
β) 1 ευρώ – 80 λεπτά = 20 λεπτά	Θα πάρεις 48 λεπτά ρέστα.
7. 87 λεπτά – 62 λεπτά =25 λεπτά	Η κονσέρβα κοστίζει 25 λεπτά περισσότερο από το μπουκάλι.
8. 15 λεπτά + 35 λεπτά + 20 λεπτά = 70 λεπτά	70 λεπτά όλα μαζί.
9. 120 λεπτά – 85 λεπτά = 35 λεπτά	35 λεπτά περισσότερο.
10. 6×30 λεπτά = 180 λεπτά = 1,8 ευρώ	Αν η μία σακούλα κοστίζει 30 λεπτά, οι 6 σακούλες κοστίζουν 1,8 λεπτά. Επομένως, το ένα ευρώ δεν είναι αρκετό.

1383 Καλές προβλέψεις

1. Ο Δημήτρης εκτιμά ότι το ύψος του τραπεζιού είναι περίπου το μισό του δικού του ύψους. Το μισό του 172 εκ. βρίσκεται ανάμεσα στα 80 εκ. και στα 90 εκ.

2. Ο Δημήτρης εκτιμά ότι το κοντάρι είναι διπλάσιο από το ύψος του. 2×172 είναι περίπου 350 εκ.

3. 5 παλάμες έχουν μήκος περίπου 1 μέτρο γιατί 5×20 εκ.= 100 εκ. $2\frac{1}{2}$ παλάμες έχουν μήκος περίπου 50 εκ. γιατί είναι το μισό από τις 5 παλάμες.

4. (α) Η απάντησή σου θα εξαρτηθεί από το μέγεθος της πόρτας, ωστόσο το μέσο ύψος μιας πόρτας είναι 2 μ.
   (β) Η απάντησή σου θα εξαρτηθεί από το μέγεθος του δωματίου σου, ωστόσο το μέσο ύψος ενός δωματίου είναι 2,5.
   (γ) Η απάντησή σου θα εξαρτηθεί από το πλάτος της συρταροθήκης σου, ωστόσο το μέσο πλάτος μιας συρταροθήκης είναι περίπου 50 εκ.

5. (α) Το τραπεζομάντηλο φτάνει μέχρι τους ώμους του Δημήτρη. Μια καλή εκτίμηση θα ήταν 150 εκ. × 150 εκ. ή $1\frac{1}{2}$ μ. × $1\frac{1}{2}$ μ. Το τραπέζι του Δημήτρη είναι 1μ. × $\frac{1}{2}$ μ. (Δες την ερώτηση 3.) Έτσι, το τραπεζομάντηλο είναι πολύ μεγάλο.
   (β) $4\frac{1}{2}$ παλάμες θα ήταν περίπου 90 εκ. γιατί 4×20 εκ.=80 εκ. και $\frac{1}{2}\times 20$ εκ. = 10 εκ. Ο πίνακας είναι πολύ μεγάλος για να χωρέσει στην εσοχή.

6. Αν δεν είσαι σίγουρος για τις απαντήσεις σου, μπορείς να ζητήσεις από κάποιον να τις ελέγξει.

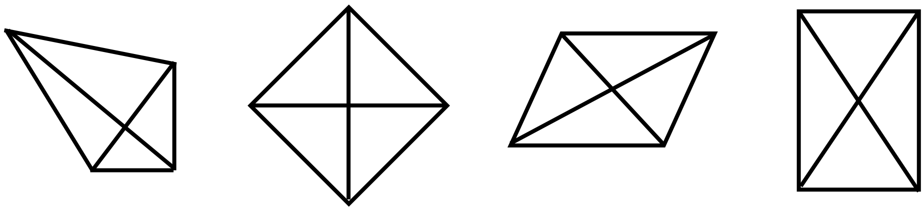
7. Κατά προσέγγιση, οι μετρήσεις είναι:

8.

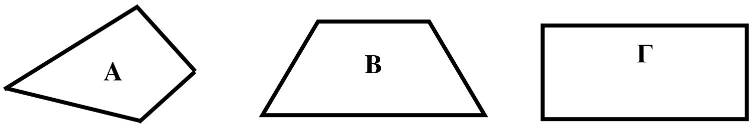
Μήκος ενός μικρού αυτοκινήτου	3 μέτρα
Περίμετρος της κάρτας	80 εκ. διπλωμένη (102 εκ. ανοικτή)
Μέγεθος της θήκης ενός CD	13 εκ.
Ύψος μιας 12όροφης πολυκατοικίας	40 μέτρα
Ύψος ενός διώροφου λεωφορείου	4 μέτρα

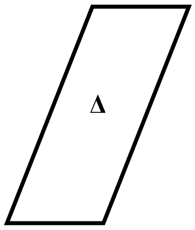
1384 Διαγώνιοι

1. α) β) γ) δ)



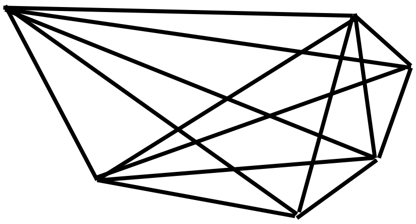
2.





3. Πέντε

4. Εννέα διαγωνίους συνολικά



1385 Πίνακας πολλαπλασιασμού

- Ποια αποτελέσματα εμφανίστηκαν *πιο* πολλές φορές;
- Μπορούσες να χρησιμοποιείς πάντα τα αποτελέσματα;
- Υπήρχαν τετράγωνα που ήταν αδύνατο να καλύψεις;

1387 3-διάστατη τρίλιζα

- Αποφάσισες ποια στρατηγική θα ακολουθήσεις; Είναι καλύτερο να παίζεις πρώτος;

1388 Διπλασιάζω

1. 4 τ. εκ. → διπλασίασε τις πλευρές → 16 τ. εκ.
2. 8 τ. εκ. → διπλασίασε τις πλευρές → 32 τ. εκ.
3. 4 τ. εκ. → διπλασίασε τις πλευρές → 16 τ. εκ.
4. 8 τ. εκ. → διπλασίασε τις πλευρές → 32 τ. εκ.
5. 10 τ. εκ. → διπλασίασε τις πλευρές → 40 τ. εκ.
6. Όχι, ο διπλασιασμός του μήκους των πλευρών δεν οδηγεί στο διπλασιασμό του εμβαδού.
7. Τέσσερα
8. Τέσσερα
9. Να δείξεις τα σχήματά σου στο δάσκαλό σου.
10.

- " Όταν διπλασιάζω το μήκος των πλευρών ενός σχήματος, το εμβαδόν γίνεται 4 φορές μεγαλύτερο."
- Αν συνεχίσεις την έρευνα τριπλασιάζοντας το μήκος των πλευρών των σχημάτων σου, θα βρεις πολύ ενδιαφέροντα αποτελέσματα.

Αν επεκτείνεις τις πλευρές κατά τρεις φορές σε σχέση με το αρχικό μήκος, το εμβαδόν του σχήματος γίνεται 9 φορές μεγαλύτερο.

- Τι πιστεύεις ότι θα συμβεί, αν επεκτείνεις τις πλευρές του σχήματος κατά 4 φορές σε σχέση με το αρχικό μήκος;

1390 Πίνακες πολλαπλασιασμού

Παρακάτω, παρουσιάζεται ένας συμπληρωμένος πίνακας. Θα πρέπει να μάθεις τα δεδομένα του πίνακα που δεν ξέρεις ήδη.

1x1 1	2x1 2	3x1 3	4x1 4	5x1 5	6x1 6	7x1 7	8x1 8	9x1 9	10x1 10
1x2 2	2x2 4	3x2 6	4x2 8	5x2 10	6x2 12	7x2 14	8x2 16	9x2 18	10x2 20
1x3 3	2x3 6	3x3 9	4x3 12	5x3 15	6x3 18	7x3 21	8x3 24	9x3 27	10x3 30
1x4 4	2x4 8	3x4 12	4x4 16	5x4 20	6x4 24	7x4 28	8x4 32	9x4 36	10x4 40
1x5 5	2x5 10	3x5 15	4x5 20	5x5 25	6x5 30	7x5 35	8x5 40	9x5 45	10x5 50
1x6 6	2x6 12	3x6 18	4x6 24	5x6 30	6x6 36	7x6 42	8x6 48	9x6 54	10x6 60
1x7 7	2x7 14	3x7 21	4x7 28	5x7 35	6x7 42	7x7 49	8x7 56	9x7 63	10x7 70
1x8 8	2x8 16	3x8 24	4x8 32	5x8 40	6x8 48	7x8 56	8x8 64	9x8 72	10x8 80
1x9 9	2x9 18	3x9 27	4x9 36	5x9 45	6x9 54	7x9 63	8x9 72	9x9 81	10x9 90
1x10 10	2x10 20	3x10 30	4x10 40	5x10 50	6x10 60	7x10 70	8x10 80	9x10 90	10x10 100

1394 Αναποδογύρισε τους πίνακες

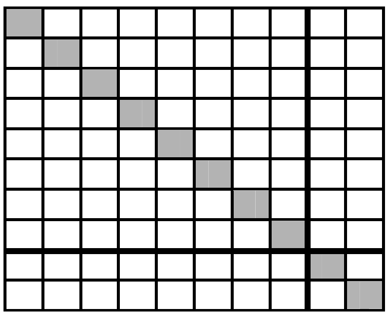
1. Ακολουθούν μερικοί αριθμοί που εμφανίζονται αρκετές φορές ο καθένας στον πίνακα πολλαπλασιασμού.

4	6	8	10	12	16
1 × 4	2 × 3	2 × 4	2 × 5	1 × 12	2 × 8
4 × 1	3 × 2	4 × 2	5 × 2	12 × 1	8 × 2
2 × 2	1 × 6	1 × 8	1 × 10	2 × 6	4 × 4
	6 × 1	8 × 1	10 × 1	6 × 2	
				3 × 4	
				4 × 3	

18	20	24	30	36	40
2 × 9	2 × 10	2 × 12	3 × 10	3 × 12	4 × 10
9 × 2	10 × 2	12 × 2	10 × 3	12 × 3	10 × 4
3 × 6	4 × 5	4 × 6	5 × 6	4 × 9	5 × 8
6 × 3	5 × 4	6 × 4	6 × 5	9 × 4	8 × 5
		3 × 8		6 × 6	
		8 × 3			

2. Οι αριθμοί 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121 και 144 εμφανίζονται περιττό αριθμό φορών. Οι συγκεκριμένοι αριθμοί ονομάζονται τετράγωνοι αριθμοί.
   Πού εμφανίζονται;
   Γιατί εμφανίζονται περιττό αριθμό φορών;

3. Ο άξονας συμμετρίας είναι η κύρια διαγώνιος και διαπερνά τους τετράγωνους αριθμούς.



   Ο πίνακας είναι συμμετρικός ως προς τη συγκεκριμένη ευθεία γιατί το αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού δύο αριθμών είναι το ίδιο ανεξάρτητα από τη σειρά με την οποία πολλαπλασιάζονται. Για παράδειγμα, το 3 × 7 δίνει το ίδιο αποτέλεσμα με το 7 × 3.
   Η συγκεκριμένη ιδιότητα ονομάζεται αντιμεταθετικότητα. Το αποτέλεσμα δεν αλλάζει, αν αλλάξουμε τη σειρά με την οποία γράφουμε τους αριθμούς.
   Ο πολλαπλασιασμός είναι αντιμεταθετική πράξη.
4. Οι αριθμοί που δεν εμφανίζονται στον πίνακα είναι οι αριθμοί 13, 17, 23, 31, 37, 41, 43, 47. Οι συγκεκριμένοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι αριθμοί. Δεν εμφανίζονται στον πίνακα γιατί ένας πρώτος αριθμός έχει μόνο δύο παράγοντες, τον εαυτό του και το 1. Οι μόνοι πρώτοι αριθμοί που εμφανίζονται στον πίνακα είναι αυτοί που είναι μικρότεροι από το δώδεκα. Γιατί συμβαίνει αυτό;

1395 Κανονικότητες στον πίνακα πολλαπλασιασμού

4
6
8
10

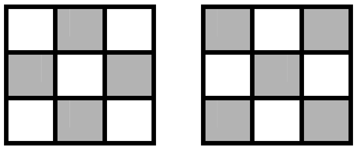
16	18
24	27
32	36

12	18	24	30	36
14	21	28	35	42
16	24	32	40	48
18	27	36	45	54

4	5	6
8	10	12

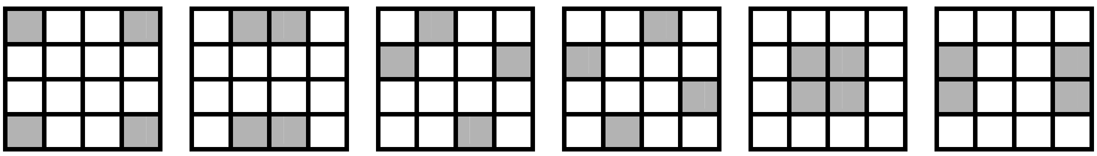
32	36
40	45

α) $9 + 16 + 20 + 27 = 72$
$8 + 10 + 24 + 30 = 72$
$18 \times 4 = 72$



Το άθροισμα των τεσσάρων «γωνιακών» αριθμών και το άθροισμα των τεσσάρων «μεσαίων» αριθμών είναι το ίδιο με το γινόμενο 4 × τον αριθμό στο κέντρο.
Αυτό ισχύει για όλα τα 3×3 τετράγωνα του συγκεκριμένου πίνακα.

β) Υπάρχουν άλλα πέντε σύνολα τεσσάρων αριθμών, το καθένα από τα οποία δίνει άθροισμα 75, φτάνοντας με αυτόν τον τρόπο στα έξι συνολικά. Όλα είναι σύνολα που χαρακτηρίζονται από περιστροφική συμμετρία 180˚.

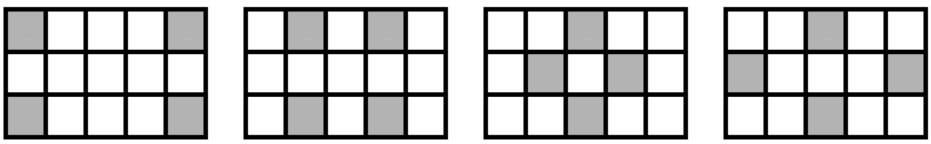


γ) Σύνολα τεσσάρων αριθμών με το ίδιο άθροισμα μπορούν να βρεθούν σε όλα τα μεγέθη ορθογωνίων. Τα σύνολα χαρακτηρίζονται πάντα από περιστροφική συμμετρία 180˚.

Για παράδειγμα, για το ακόλουθο ορθογώνιο:

1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
3	6	9	12	15

τα παρακάτω σύνολα τεσσάρων αριθμών έχουν άθροισμα 24.



Στα ορθογώνια που αποτελούνται από περιττό αριθμό τετραγώνων, το άθροισμα είναι πάντα 4 × τον «κεντρικό» αριθμό. Για παράδειγμα, όλα τα σύνολα τεσσάρων αριθμών έχουν άθροισμα ίσο με το γινόμενο 4 × 6.

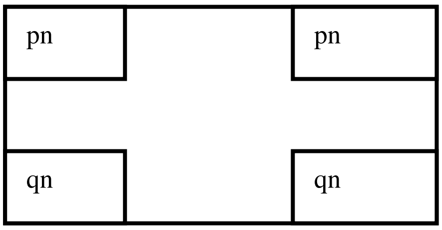
3. $15 \times 42 = 630$
$30 \times 21 = 630$
Οι απέναντι γωνίες δίνουν πάντα το ίδιο αποτέλεσμα, ανεξάρτητα από το μέγεθος του ορθογωνίου. Αυτό μπορούμε να το εξηγήσουμε, αν θυμηθούμε

ότι ο κάθε αριθμός του πίνακα είναι πολλαπλάσιο δύο αριθμών. Για παράδειγμα:

15	20	25	30
18	24	30	36
21	28	35	42

Έτσι, αν πολλαπλασιάσεις 15 × 42, ουσιαστικά πολλαπλασιάζεις (5 × 3) × (7 × 6).
Αν πολλαπλασιάσεις 21 × 30, ουσιαστικά πολλαπλασιάζεις (7 × 3) × (5 × 6).

- Ο πολλαπλασιασμός είναι αντιμεταθετική πράξη. Επομένως, αυτά τα γινόμενα είναι τα ίδια. Γενικά, οποιοδήποτε ορθογώνιο από το συγκεκριμένο πίνακα είναι της μορφής



Επομένως, το γινόμενο των απέναντι γωνιών θα είναι pqmn.

1398 Εμπόδια

- Είχε σημασία ποιος ξεκίνησε πρώτος;
- Μπορείς να εξηγήσεις τον τρόπο που χρησιμοποίησες για να κερδίσεις;

1404 Εξισώσεις δράσης

A.

1.	n = 3	6.	n = 7
2.	n = 5	7.	n = 6
3.	n = 11	8.	n = 7
4.	n = 8	9.	n = 10
5.	n = 8	10.	n = 6

B.

1.	n = 8	6.	n = 22
2.	n = 6	7.	n = 20
3.	n = 5	8.	n = 9
4.	n = 8	9.	n = 18
5.	n = 6	10.	n = 19

1405 Τυχαίες εξισώσεις

A.

1. n = 5
2. n = 4
3. n = 7
4. n = 3
5. n = 3
6. n = 4
7. n = 7
8. n = 6
9. n = 9
10. n = 5

B.

1. n = 9
2. n = 13
3. n = 14
4. n = 18
5. n = 12
6. n = 24
7. n = 17
8. n = 14
9. n = 15
10. n = 17

1406 Ισότητα και ανισότητα

A.

1.	8+3 =3+8	6.	$3 \times 6 = 6 \times 3$
2.	4+9 =9+4	7.	$10 : 2 \neq 2 : 10$
3.	$7-4 \neq 4-7$	8.	$18-10 \neq 10-18$
4.	$6\times7=7\times6$	9.	$21 : 3 \neq 3 : 21$
5.	4+0 =0+4	10.	$14-6 \neq 6-14$

B.

1.	17+14=14+27	6.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$
2.	$36-49 \neq 49-36$	7.	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \neq \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$
3.	$15:5 \neq 5:15$	8.	0,6+0,3=0,3+0,6
4.	$15\times5=5\times15$	9.	$0,5-0,2 \neq 0,2-0,5$
5.	$100:10 \neq 10:100$	10.	$1:2 \neq 2:1$

- Η πράξη της αφαίρεσης δεν είναι αντιμεταθετική.
- Η πράξη του πολλαπλασιασμού είναι αντιμεταθετική.
- Η πράξη της διαίρεσης δεν είναι αντιμεταθετική.

1408 Ενδείξεις στο θερμόμετρο

Α= 7° C	Β= 14° C	Γ= 21° C	Δ= 29° C
Ε= 38° C	Ζ= 48° C	Η= 56° C	Θ= 63° C
Ι= 82° C	Κ= 94° C		
Λ= 44° C	Μ= 58° C	Ν= 86° C	Ξ= 92° C
Ο= 108° C	Π= 124° C	Ρ= 134° C	Σ= 154° C
Τ= 172° C	Υ= 198° C		

Η Κλίμακα Φαρενάιτ ανεβαίνει κατά 2 βαθμούς και η κλίμακα Κελσίου ανεβαίνει κατά 1 βαθμό, έτσι θα πρέπει να είσαι πολύ προσεκτικός όταν διαβάζεις τις κλίμακες.

		(α)		(β)			(α)		(β)
Α	=	18° F	=	-8° C	Β	=	32° F	=	0° C
Γ	=	46° F	=	8° C	Δ	=	64° F	=	18° C
Ε	=	76° F	=	24° C	Ζ	=	90° F	=	32° C
Η	=	102° F	=	39° C	Θ	=	126° F	=	52° C

1409 Μέσος όρος

1. 31
2. 32
3. 86,333333 ή 86,3 το οποίο, αν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη ακέραιη μονάδα, γίνεται 86.
4. 25 λεπτά

1411 Ρωμαϊκή γραφή αριθμών

1.	**2**	3.	**7**	5.	**35**	7.	**8**
2.	**12**	4.	**20**	6.	**26**	8.	**38**

9. Η πιο πιθανή εξήγηση φαίνεται να είναι ότι το V είναι το μισό του συμβόλου X. Ίσως το σύμβολο X να χρησιμοποιήθηκε πρώτα.

10.	200	11.	3000
12.	150	13.	155
14.	1251	15.	1361
16.	1666	17.	2008

18. CM σημαίνει 100 λιγότερα από το 1000.

19. 90 γιατί σημαίνει 10 λιγότερα από το 100.

20. MCM σημαίνει 1000 και 100 λιγότερα από το 1000.

21. 19	23.	2900	25.	79
22. 190	24.	2923	26.	1559

27. Συνήθως τα σύμβολα γράφονται από αριστερά προς τα δεξιά σε φθίνουσα σειρά με τα μεγαλύτερα σύμβολα πρώτα. Με το 9, το 90 ή το 900 φαίνεται σαν ένα από τα μικρότερα σύμβολα να είναι εκτός σειράς.

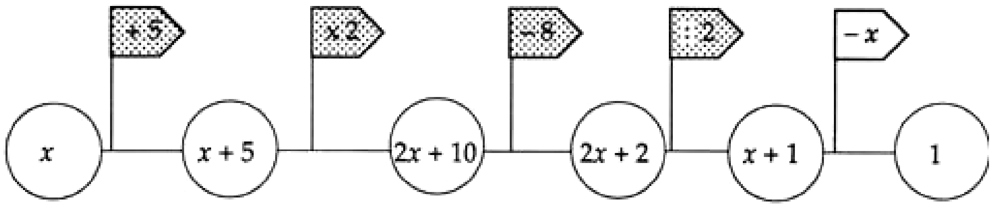
28. IV σημαίνει 1 λιγότερο από 5.

29. 94

30. 1984

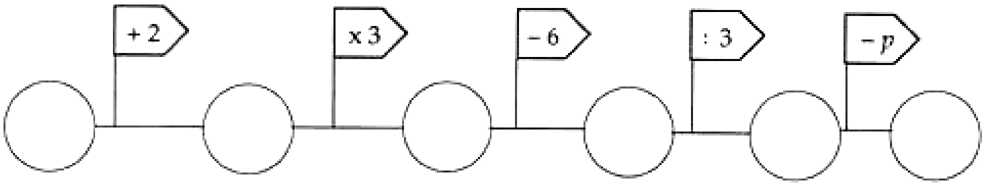
1412 Αριθμητική σπαζοκεφαλιά

1. Με οποιονδήποτε αριθμό και να αρχίσεις, η απάντηση είναι πάντα 1.
   Οι ερωτήσεις 2 και 3 θα σε βοηθήσουν να εξηγήσεις γιατί.
3. Έστω x ο τυχαίος αριθμός με τον οποίο αρχίζουμε.



Να προσθέσεις 5	→	$x + 5$		
Να πολλαπλασιάσεις με το 2	→	$2(x + 5)$	=	$2x + 10$
Να αφαιρέσεις 8	→	$2x + 2$		
Να διαιρέσεις με το 2	→	$\frac{2x+2}{2}$	=	$x + 1$
Να αφαιρέσεις το x	→	1		

4. Το δικό σου διάγραμμα με σημαίες θα πρέπει να είναι όπως αυτό της εικόνας.
   Έστω p ένας οποιοσδήποτε αριθμός.



Με οποιαδήποτε τιμή και να ξεκινήσεις, η απάντηση θα είναι πάντα 0.

Να προσθέσεις 2	→	$p + 2$		
Να πολλαπλασιάσεις με το 3	→	$3(p + 2)$	=	$3p + 6$
Να αφαιρέσεις 6	→	$3p$		
Να διαιρέσεις με το 3	→	$\frac{3p}{3}$	=	p
Να αφαιρέσεις p	→	0		

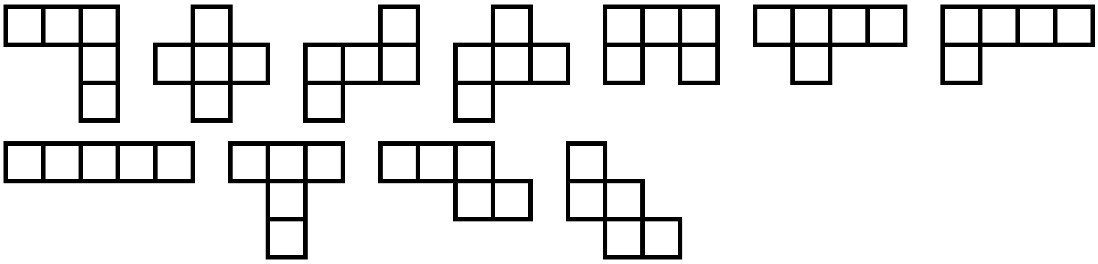
Επομένως, ανεξάρτητα από τον αριθμό με τον οποίο ξεκινάς, η απάντηση θα είναι πάντα μηδέν.

5. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις.
   Να ελέγξεις το παιχνίδι σου χρησιμοποιώντας έναν ακέραιο, ένα κλάσμα, ένα δεκαδικό, έναν αρνητικό αριθμό και ένα γράμμα.

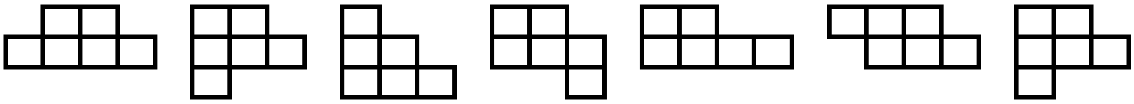
1413 Περίμετρος δώδεκα εκατοστών

Υπάρχουν 25 διαφορετικά σχήματα, όλα με περίμετρο 12 εκ.

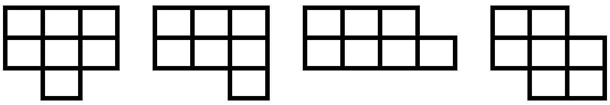
Χρησιμοποιώντας 5 τετράγωνα:



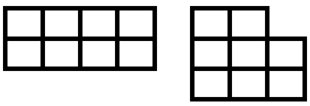
Χρησιμοποιώντας 6 τετράγωνα:



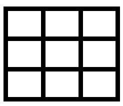
Χρησιμοποιώντας 7 τετράγωνα:



Χρησιμοποιώντας 8 τετράγωνα:



Χρησιμοποιώντας 9 τετράγωνα:



Υπάρχουν δύο σχήματα που γίνονται από 8 τετράγωνα, τα οποία έχουν περίμετρο 12 εκ.

Υπάρχουν επτά σχήματα που γίνονται από 6 τετράγωνα, τα οποία έχουν περίμετρο 12 εκ.

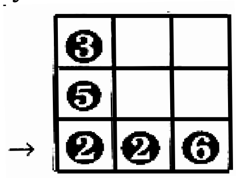
Το μεγαλύτερο σχήμα έχει 9 τετράγωνα.

Τα μικρότερα σχήματα έχουν 5 τετράγωνα.

1417 Δεκάδες – ένα παιχνίδι για δύο παίκτες

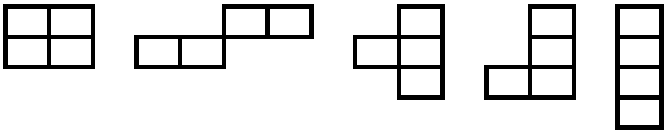
Να σχηματίσεις δύο σειρές με άθροισμα 10, τοποθετώντας ένα πούλι.

Π.χ. τοποθετώντας ένα ❷ εδώ,
οι δύο σειρές δίνουν άθροισμα 10
η καθεμιά.

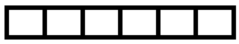


1421 Σχήματα με τετράγωνα

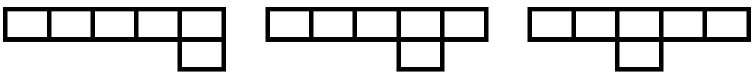
Τα 5 σχήματα που ακολουθούν μπορούν να γίνουν με 4 τετράγωνα το καθένα.



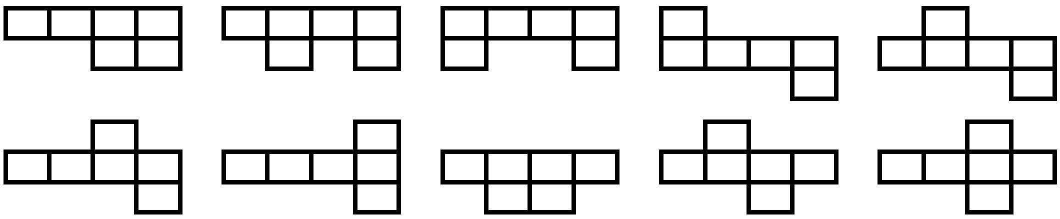
Με 5 τετράγωνα μπορούν να γίνουν δώδεκα σχήματα. Θα χρειασθεί να οργανώσεις προσεκτικά την εργασία σου για να τα βρεις όλα.
Υπάρχουν πολύ περισσότερα σχήματα που μπορεί να γίνουν με 6 τετράγωνα. Για να οργανώσεις την εργασία σου, μπορείς να ξεκινήσεις με 6 τετράγωνα σε ευθεία.........



……….μετά με 5 τετράγωνα σε ευθεία και ένα ακόμα,



……….στη συνέχεια, με 4 τετράγωνα σε ευθεία και 2 ακόμα.
Μπορείς να συνεχίσεις……….

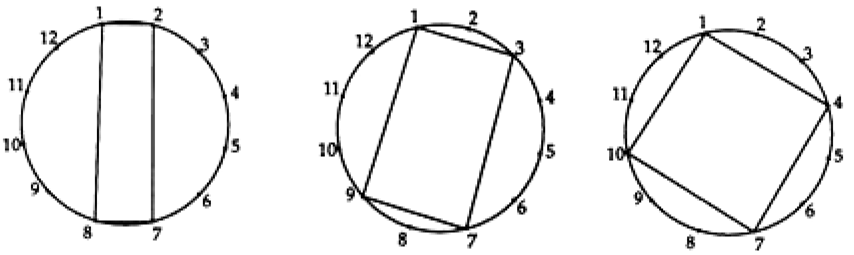


Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει τα αποτελέσματα.

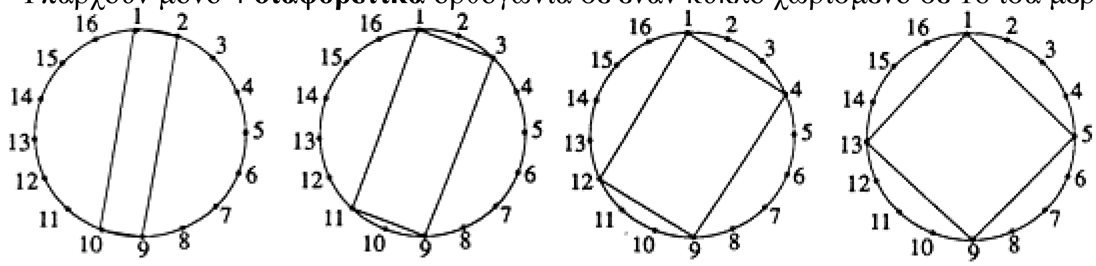
Αριθμός τετραγώνων που χρησιμοποιήθηκαν		Αριθμός διαφορετικών σχημάτων που δημιουργήθηκαν
1	□	1
2	□	1
3	□	2
4	□	5
5	□	12
6	□	;

1422 Ορθογώνια παραλληλόγραμμα μέσα σε κύκλους

Είναι δυνατόν να σχεδιάσεις πολλά ορθογώνια σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 12 ίσα μέρη, αλλά υπάρχουν μόνο 3 **διαφορετικά.**



Υπάρχουν μόνο 4 **διαφορετικά** ορθογώνια σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 16 ίσα μέρη.



1423 Προβλέψεις με το κομπιουτεράκι

1.	137	×	**7**	=	685	6.	**21**	×	46	=	966
2.	**7**	×	21	=	147	7.	4956	=	354	×	**14**
3.	19	×	**13**	=	247	8.	**12**	×	214	=	2568
4.	**23**	×	23	=	529	9.	25	×	**25**	=	625
5.	24	×	**16**	=	384	10.	25	×	**250**	=	6250

1424 Μαντεύω το αποτέλεσμα της διαίρεσης

1. 64 :16 = 4
2. 104 : 8 =13
3. 84 : 7 =12
4. 54 : 9 = 6
5. 105 :15 = 7
6. 52 : 4 =13
7. 81 : 9 = 9
8. 75 : 5 =15
9. 90 : 6 =15
10. 56 : 7 = 8
11. 168 : 3 =56
12. 144 :24 = 6
13. 520 :10 =52
14. 136 :17 = 8
15. 136 : 8 =17

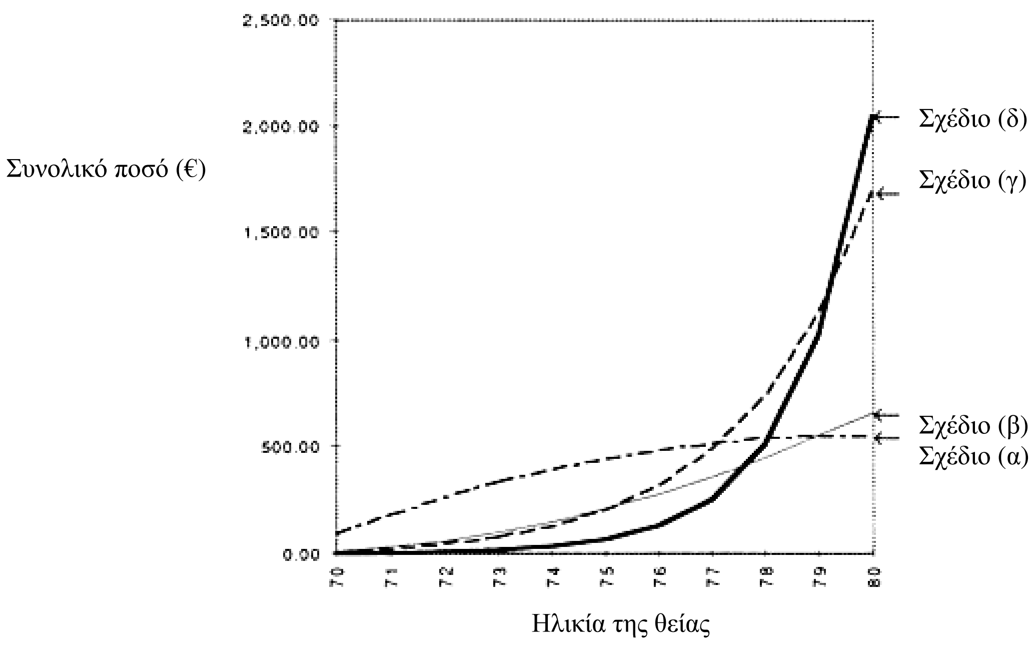
1425 Μια πλούσια θεία

Ο πίνακας είναι ένας καλός τρόπος για να συγκρίνεις το ποσό των χρημάτων που θα πάρεις κάθε χρόνο από κάθε περίπτωση/σχέδιο. Ένα λογιστικό φύλλο μπορεί να σε βοηθήσει να δημιουργήσεις έναν πίνακα και στη συνέχεια να παρουσιάσεις σε διάγραμμα τα αποτελέσματα.
Το ακόλουθο λογιστικό φύλλο δείχνει το ποσό χρημάτων που θα προκύψει σύμφωνα με το σχέδιο (α) όταν η θεία Άρτεμις θα έχει φτάσει στην ηλικία των 80 χρόνων.

	Α	Β	Γ
1		Σχέδιο	(α)
2	Ηλικία της θείας	Ετήσιο ποσό	Συνολικό ποσό
3	70	100.00 €	100.00 €
4	71	90.00 €	190.00 €
5	72	80.00 €	270.00 €
6	73	70.00 €	340.00 €
7	74	60.00 €	400.00 €
8	75	50.00 €	450.00 €
9	76	£40.00	£490.00
10	77	£30.00	£520.00
11	78	£20.00	£ 540.00
12	79	£10.00	£ 550.00
13	80	£ 0.00	£ 550.00

Τι θα συμβεί, αν η θεία Άρτεμις ζήσει περισσότερο από 80 χρόνια;
Όταν η θεία Άρτεμις φτάσει στην ηλικία των 81 χρόνων, θα συνεχίσεις να παίρνεις 100 € ή θα πρέπει να της δώσεις 10.00 €;
Το παρακάτω σχεδιάγραμμα παρουσιάζει τα συνολικά ποσά που κάθε σχέδιο θα αποδώσει, όταν η θεία Άρτεμις θα έχει φτάσει στην ηλικία των 80 χρόνων.

Όταν η θεία είναι 80 χρονών

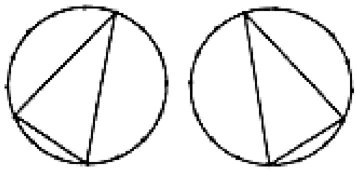


Το σχέδιο που θα επιλέξεις εξαρτάται από το πόσο πιστεύεις ότι θα ζήσει η θεία Άρτεμις. Αν συγκρίνεις τα ετήσια συνολικά ποσά, θα δεις ότι παρόλο που τα σχέδια (γ) και (δ) ξεκινάνε αργά, αυξάνονται γρήγορα στα χρόνια που ακολουθούν. Το σχέδιο (γ) ξεπερνάει τα (α) και (β) μετά από 7 χρόνια. Το σχέδιο (δ) ξεπερνάει όλα τα υπόλοιπα μετά από 10 χρόνια.
Επομένως, θα ήταν ίσως καλύτερα να επιλέξεις το σχέδιο (δ) και να ευχηθείς στη θεία Άρτεμη μακρά και υγιή συνταξιοδότηση!

1426 Γραμμές με δεκαδικούς αριθμούς

1.	1,6	7.	1,6+1 =2,6
2.	3,8	8.	1 +1,3=2,3
3.	0,6	9.	1,7+1,2=2,9
4.	6,3	10.	2,2+0,4=2,6
5.	0,2	11.	0,9+1,6=2,5
6.	3,1	12.	2,5+0,5=3
		13.	0,9+0,4+0,8=2,1
14.	1,6+0,3=1,9	18.	2,4+1,7=4,1
15.	0,7+2,1=2,8	19.	1,5+2,8=4,3
16.	1,4+0,6=2	20.	3,3+1,8=5,1
17.	1,3+1,7=3	21.	0,6+0,8+0,7=2,1

1427 Τρίγωνα σε κύκλους

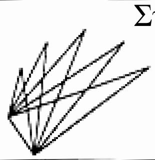
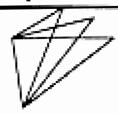
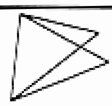


Επειδή τρίγωνα όπως αυτά είναι όμοια (ακριβώς ίδιο σχήμα και μέγεθος), είναι πάρα πολύ λίγα τα διαφορετικά τρίγωνα που μπορούν να σχεδιαστούν.

Αυτό το σχεδιάγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα της διερεύνησης με κύκλους χωρισμένους μέχρι και σε 7 ίσα μέρη:

Αριθμός σημείων στον κύκλο		Αριθμός διαφορετικών τριγώνων
3	→	1
4	→	1
5	→	2
6	→	3
7	→	4

Ωστόσο, η ακολουθία δεν είναι τόσο απλή όσο φαίνεται.
Για παράδειγμα, σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 11 ίσα μέρη υπάρχουν 10 πιθανά διαφορετικά τρίγωνα:

		Σύνολο τριγώνων
Διαφορετικά τρίγωνα με μήκος της μικρότερης πλευράς 1		5
Διαφορετικά τρίγωνα με μήκος της μικρότερης πλευράς 2		3
Διαφορετικά τρίγωνα με μήκος της μικρότερης πλευράς 3		2
Συνολικός αριθμός διαφορετικών τριγώνων 5+3+2=10		

Σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 16 ίσα μέρη, υπάρχουν 7+6+4+3+1=19 διαφορετικά τρίγωνα.
Σύμφωνα με αυτό, σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 12 ίσα μέρη, ο αριθμός των διαφορετικών τριγώνων θα είναι:

5+4+3+1=13 ή 5+4+2+1=12 ή 5+4+2=11

- Μπορείς να αποφασίσεις ποιο είναι το σωστό;
- Είναι η πρόβλεψή σου σωστή;
- Αυτό οδηγεί σε κάποιες γενικεύσεις;

Ένας πιο χρήσιμος τρόπος για να παρουσιάσεις τη σχέση είναι:

Αριθμός σημείων στον κύκλο		Αριθμός τριγώνων
9	→	4+2+1
10	→	4+3+1
11	→	5+3+2
12	→	5+4+2+1

Μπορείς να κατανοήσεις καλύτερα αυτήν τη σχέση, αν επεκτείνεις αυτό το σχεδιάγραμμα και αν μπορείς να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις για έναν κύκλο χωρισμένο σε n ίσα μέρη:

- Τι αλλάζει, αν το n είναι μονός αριθμός;
- Τι αλλάζει, αν το n είναι ζυγός αριθμός;
- Τι αλλάζει, αν το n είναι πολλαπλάσιο του 3;

<u>1428 Άθροισμα και Γινόμενο</u>

Αυτά είναι τα ζεύγη αριθμών μέχρι το 30 για τα οποία ισχύει ότι το άθροισμά τους είναι ένας από τους παράγοντες του γινομένου τους.

2, 2	6, 6	9, 18	14, 14	20, 30	28, 28
3, 6	6, 12	10, 10	15, 30	21, 28	30, 30
4, 4	6, 30	10, 15	16, 16	22, 22	
4, 12	8, 8	12, 12	18, 18	24, 24	
5, 20	8, 24	12, 24	20, 20	26, 26	

Στις περισσότερες περιπτώσεις, ένας από τους αριθμούς είναι πολλαπλάσιο του άλλου. Θα μπορούσες να εξετάσεις σε ποια ζεύγη ισχύει η προηγούμενη συνθήκη, επικεντρώνοντας την προσοχή στις περιπτώσεις εκείνες όπου ο ένας από τους αριθμούς είναι διπλάσιος από τον άλλο:

1, 2	Άθροισμα = 3	Γινόμενο = 2	το 3 δεν είναι παράγοντας του 2
2, 4	Άθροισμα = 6	Γινόμενο = 8	το 6 δεν είναι παράγοντας του 8
3, 6	Άθροισμα = 9	Γινόμενο = 18	το 9 είναι παράγοντας του 18
4, 8	Άθροισμα = 12	Γινόμενο = 32	το 12 δεν είναι παράγοντας του32
5, 10	Άθροισμα = 15	Γινόμενο =	

Σε ποια ζεύγη αριθμών ισχύει η συνθήκη όταν ένας από τους αριθμούς είναι:

- Τριπλάσιος από τον άλλο;
- Τέσσερις φορές μεγαλύτερος από τον άλλον;
- Ίσος με τον άλλον;
- …….;

Αν είναι απαραίτητο να δημιουργήσεις μεγαλύτερα ζεύγη αριθμών, το παρακάτω πρόγραμμα στον υπολογιστή θα σε βοηθήσει:

```
10   FOR N = 1 TO 100
20   FOR M = N TO 100
30   S = N + M
40   P = N* M
50 AN P/S = INT(P/S), THEN PRINT N ;M
60 NEXT M
70 NEXT N
```

Αν έχεις ακολουθήσει μια επιτυχημένη συστηματική μέθοδο προσέγγισης για 2 αριθμούς, ίσως θα μπορούσες να εφαρμόσεις την ίδια μέθοδο προσέγγισης για 3 αριθμούς. Θα μπορούσες, επίσης, να εφαρμόσεις το πρόγραμμα του υπολογιστή.

1429 Πολλαπλάσια του 3 και του 9

1. 3
   6
   9
   12→1+2=3
   15→1+5=6
   18→1+8=9
   21→2+1=3
   24→2+4=6
   27→2+7=9
   30→3+0=3
   33→3+3=6
   36→3+6=9
   39→3+9=12→1+2=3
   42→4+2=6
   45→4+5=9
   48→4+8=12→1+2=3
   51→5+1=6
   54→5+4=9
   57→5+7=12→1+2=3
   60→6+0=6
   63→6+3=9
   66→6+6=12→1+2=3
   69→6+9=15→1+5=6
   72→7+2=9
   . .
   . .
   . .
   99→9+9=18→1+8=9

Η παραπάνω διαδικασία, σύμφωνα με την οποία προσθέτεις τα ψηφία ενός αριθμού και, αν είναι απαραίτητο, επαναλαμβάνεις τη διαδικασία μέχρι να σχηματίσεις ένα μονοψήφιο αριθμό, ονομάζεται εύρεση της **ψηφιακής ρίζας**.

Προσθέτοντας τα ψηφία για να βρεις την ψηφιακή ρίζα, σχηματίζεις μια κανονικότητα:
3, 6, 9, 3, 6, 9, . . . Η κανονικότητα ισχύει για πολλαπλάσια από το 3 μέχρι το 100.

2. 102→1+0+2=3
   105→1+0+5=6
   . .
   . .
   . .
   222→2+2+2=6
   225→2+2+5=9
   228→2+2+8=12→1+2=3
   231→2+3+1=6

- Ναι, ο κανόνας ισχύει ακόμα.

3. 223→2+2+3=7
   224→2+2+4=8

- Ο κανόνας δεν ισχύει εκτός αν ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 3.

4. 9
   18→1+8=9
   27→2+7=9
   36→3+6=9
   .
   .
   .
   99→9+9=18→1+8=9
   108→1+0+8=9
   117→1+1+7=9
   126→1+2+6=9
   .
   .
   .

747→7+4+7=18→1+8=9
756→7+5+6=18→1+8=9
765→7+6+5=18→1+8=9

Η ψηφιακή ρίζα για τα πολλαπλάσια του 9 δίνει την κανονικότητα 9, 9, 9, . . .

5. 2+9+7+1+1+4+2+3+6=35→3+5=8
   Ο αριθμός 297. 114. 236 δεν είναι πολλαπλάσιο του 3 γιατί η ψηφιακή του ρίζα δεν είναι πολλαπλάσιο του 3.

6. 6+7+4+2+1+5+0+2=27→2+7=9
   Ο αριθμός 67. 421. 502 είναι πολλαπλάσιο του 9 γιατί η ψηφιακή του ρίζα είναι πολλαπλάσιο του 9.

7. Αν η ψηφιακή ρίζα των τριών δικών σου αριθμών δεν δίνει ένα πολλαπλάσιο του 3, τότε να δείξεις την εργασία στο δάσκαλό σου.

8. Αν η ψηφιακή ρίζα των δικών σου αριθμών δεν δίνει ένα πολλαπλάσιο του 9, τότε να δείξεις την εργασία στο δάσκαλό σου.

1430 Χοροπηδώ

Αυτό είναι περισσότερο παιχνίδι τύχης παρά ικανοτήτων.

- Πόσες φορές αναπήδησες στο 10;
- Πόσες φορές επέστρεψες;

1432 Τριγωνικές κανονικότητες

1. α) $1 \times 1 = 1$
$11 \times 11 = 121$
$111 \times 111 = 12321$
$1111 \times 1111 = 1234321$

β) Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να συνεχίσεις χωρίς να χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι.

- Ο αριθμός των ψηφίων είναι πάντα περιττός.
- Ο αριθμός των ψηφίων αυξάνεται κατά δύο κάθε φορά.
- Το κεντρικό ψηφίο αυξάνεται κατά 1 κάθε φορά.
- Το κεντρικό ψηφίο είναι ίδιο με τον αριθμό των μονάδων (1) στον πρώτο αριθμό.
- Η κάθε σειρά είναι ένας παλινδρομικός αριθμός.
- Κάθε αριθμός αρχίζει και τελειώνει με το 1.
- Τα ψηφία αυξάνονται κατά 1 μέχρι να φτάσουμε στο κεντρικό ψηφίο.
- Το άθροισμα των ψηφίων είναι τετράγωνος αριθμός.

γ) Ο επόμενος αριθμός θα έχει το ψηφίο 5 στη μέση.

1 2 3 4 5 4 3 2 1
1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1
1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1
1 2 3 4 5 6 7 8 7 6 5 4 3 2 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1

δ) Τα περισσότερα κομπιουτεράκια μπορούν να δείχνουν αριθμούς με 8 ή λιγότερα ψηφία. Επομένως, για να μπορέσει να δείξει ένα κομπιουτεράκι το αποτέλεσμα του γινομένου 11111×11111 θα πρέπει να το κάνει με στάνταρντ τρόπο. Ο αριθμός 123454321 παρουσιάζεται ως 1,2345 08 με αποτέλεσμα να είναι δύσκολο να ελέγξεις με ακρίβεια τις απαντήσεις σου.
Ένα λογιστικό φύλλο έχει τη δυνατότητα να παρουσιάσει περισσότερα ψηφία.
ε) Ο πρώτος αριθμός έχει 10 ψηφία, αλλά δεν μπορείς να έχεις το 10 στη μέση επειδή το 10 έχει δύο ψηφία.

Η απάντηση είναι ο αριθμός 1 2 3 4 5 6 7 0 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1, ο οποίος δεν είναι πλέον παλινδρομικός. Μπορείς να αιτιολογήσεις τη συγκεκριμένη απάντηση;

2. α) Αυτή η κανονικότητα δίνει
9
1089
110889
11108889

β) Αυτή η κανονικότητα δίνει
10
1100
11000
1110000

γ)
9
108
1107
11106
111105

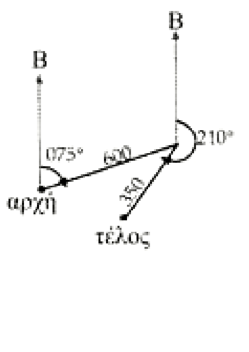
δ)
99
1188
12177
122166
1222155

ε)	8	στ)	42
	96		4422
	984		444222
	9872		44442222
	98760		4444422222
	987648		
	9876536		

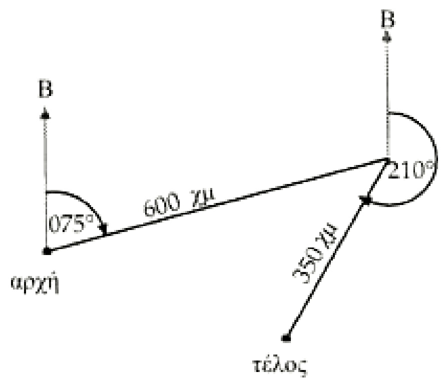
3. Να δείξεις τα δικά σου σχέδια στο δάσκαλό σου.
   Με πόσους τρόπους μπορείς να τα περιγράψεις;

1434 Γωνίες προσανατολισμού

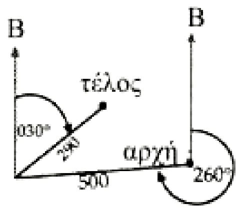
1. Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν ελάχιστα. Σε περίπτωση που παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.
   α) 270km με γωνία προσανατολισμού 140º.
   β) 440km με γωνία προσανατολισμού 320º ακολουθούμενο από 390km με γωνία προσανατολισμού 252º.
   γ) 60km με γωνία προσανατολισμού 229º ακολουθούμενο από 505km με γωνία προσανατολισμού 087º.
   δ) 350km με γωνία προσανατολισμού 343º ακολουθούμενο από 465km με γωνία προσανατολισμού 122º.
   ε) 400km με γωνία προσανατολισμού 037º ακολουθούμενο από 420km με γωνία προσανατολισμού 207º.
   ζ) 270km με γωνία προσανατολισμού 090º ακολουθούμενο από 530km με γωνία προσανατολισμού 270º.
   η) 270km με γωνία προσανατολισμού 043º ακολουθούμενο από 390km με γωνία προσανατολισμού 084º, ακολουθούμενο από 410km με γωνία προσανατολισμού 150º.
   θ) 250km με γωνία προσανατολισμού 360º ακολουθούμενο από 250km με γωνία προσανατολισμού 090º, ακολουθούμενο από 250km με γωνία προσανατολισμού 180º.
2. Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει τα σχεδιαγράμματά σου. Θα πρέπει να είναι όμοια με τα παρακάτω σχεδιαγράμματα.



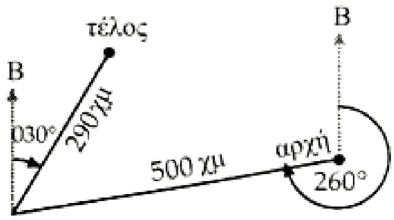
α) πρόχειρο σχέδιο



σχήμα σε κλίμακα 1εκ = 100km



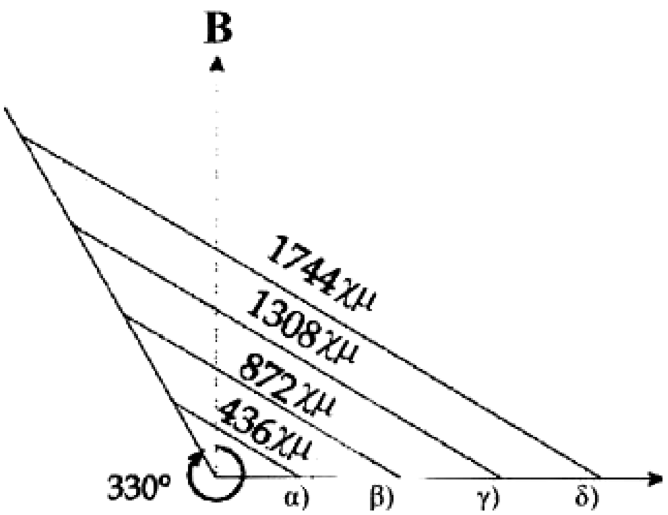
β) πρόχειρο σχέδιο



σχήμα σε κλίμακα 1εκ = 100χμ

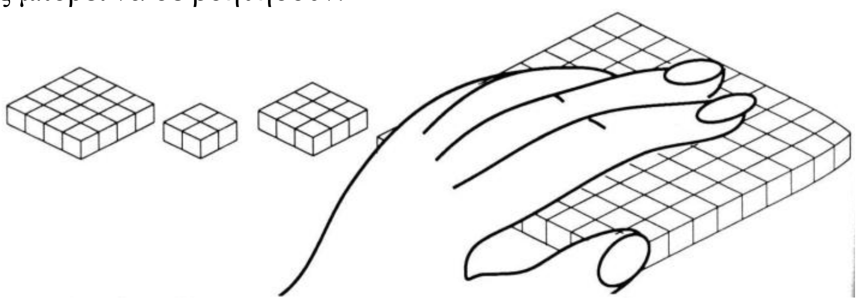
1435 Αντίστροφες γωνίες προσανατολισμού

1. 280°
2. 300°
3. 82χμ. σε γωνία προσανατολισμού 088°
4.



1436 Προβλήματα με κυβάκια

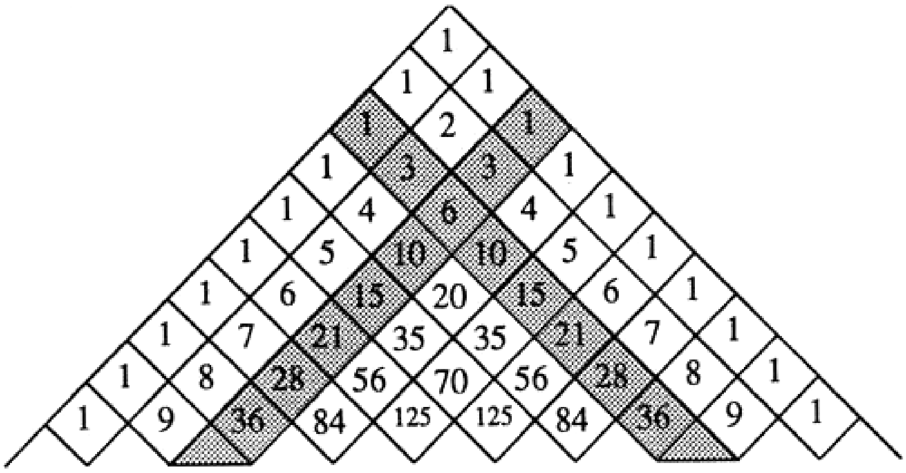
Αυτές οι ερωτήσεις μπορεί να σε βοηθήσουν:



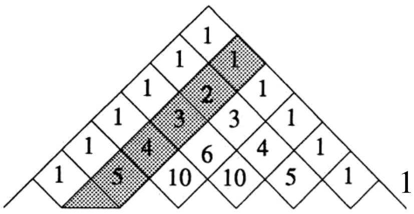
- Πόσα μικρά κυβάκια υπάρχουν σε κάθε στρώση;
- Αν ξέρεις πόσα κυβάκια υπάρχουν σε κάθε στρώση, πώς μπορείς να βρεις πόσα κυβάκια υπάρχουν συνολικά κάθε φορά;

1438 Κανόνες στο τρίγωνο του Pascal

1. …. 91, 364, 1001, … 1001, 364, 91 ….
2. Οι τριγωνικοί αριθμοί εμφανίζονται σε μια ακολουθία κατά μήκος δύο γραμμών.



3. Το άθροισμα της κάθε σειράς δίνει την αριθμητική ακολουθία 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ….. οι όροι της οποίας είναι οι δυνάμεις του 2. Η δύναμη του δύο κάθε φορά είναι η ίδια με το δεύτερο αριθμό σε κάθε σειρά.



	1	=	2^0
1 + 1 =	2	=	2^1
1 + 2 + 1 =	4	=	2^2
1 + 3 + 3 + 1 =	8	=	2^3
1 + 4 + 6 + 4 + 1 =	16	=	2^4
1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 =	32	=	2^5

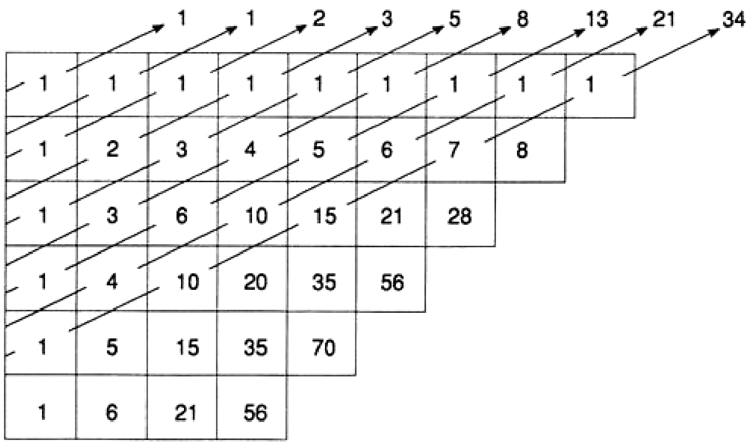
4. Στη σειρά που ξεκινάει με 1, 7, 21, 35 … οι αριθμοί (εκτός από το 1) είναι όλοι πολλαπλάσια του 7.
   Στη σειρά που ξεκινάει με 1, 5, 10 … οι αριθμοί (εκτός από το 1) είναι όλοι πολλαπλάσια του 5
   Αυτή η ιδιότητα εμφανίζεται στις σειρές 3, 5, 7, 9, 11… με περιττούς αριθμούς.
5. 11^2 = 121
   11^3 = 1331
   11^4 = 14641
   Η δύναμη του 11 είναι ίση με το δεύτερο αριθμό σε κάθε σειρά. Θα χρειαστεί να μεταφέρεις τα ψηφία των δεκάδων στο διάστημα που προηγείται.
   Π.χ Η $6^η$ σειρά είναι 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1 και 11^6 = 1771561
   1 7 7 1 5 6 1

6. Στο προηγούμενο διάγραμμα παρουσιάζονται χρήσιμοι τρόποι δημιουργίας σειρών με μεγαλύτερους αριθμούς, τις οποίες διαφορετικά θα ήταν πολύ δύσκολο να δημιουργήσουμε.
   Επομένως, η σειρά που ξεκινάει 1, 100 … θα είναι:

$$1 \qquad \frac{100}{1} \qquad \frac{100\times 99}{1\times 2} \qquad \frac{100\times 99\times 98}{1\times 2\times 3} \qquad \ldots$$

$$1, \qquad 100, \qquad 4950, \qquad 161700 \qquad \ldots$$

7. Το άθροισμα των σειρών που υποδεικνύονται στο τελευταίο διάγραμμα δίνουν την ακολουθία Fibonacci. Ένας χάρακας θα σε βοηθήσει να επιλέξεις τους κατάλληλους αριθμούς:



1454 ISBN και Λάθη

1. Οι 0140057144 και 0298705576 είναι λάθος.

2. α) 9
   β) 6
   γ) 0

3. α) 10
   β) Ο Χ είναι το Ρωμαϊκό σύμβολο για τον αριθμό 10 και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα απλό ψηφίο.

4. α) Λάθος αναριθμητισμού
   β) Τυχαίο λάθος
   γ) Λάθος αντιγραφής
   δ) Διπλός αναριθμητισμός

5.

	Υπόλοιπο	Το σταθμισμένο τεστ modulo 11 θα ανιχνεύσει σφάλμα;
Σωστός αριθμός 0 85985 051 X	0	-
Λάθος αντιγραφής 0 85985 057X	1	Ναι
Αναριθμητισμός	Πολλές πιθανές απαντήσεις	Ναι
Διπλός αναριθμητισμός		Ναι
Τυχαίο λάθος		Όχι, απαραίτητα

6.

	Υπόλοιπο	Το σταθμισμένο τεστ modulo 11 θα ανιχνεύσει σφάλμα;
Σωστός αριθμός 0453192132	0	-
Λάθος αντιγραφής		Ναι
Λάθος αντιγραφής	Πολλές πιθανές απαντήσεις	Ναι
Διπλός αναριθμητισμός		Ναι
Τυχαίο λάθος		Όχι, απαραίτητα

7. α) Αντιγραφή, Αναριθμητισμός και Διπλός αναριθμητισμός

   β) Τυχαίο

   γ) Πολλές απαντήσεις, π.χ. δύο αναριθμητισμοί: σωστός αριθμός
   085985051X 089585015X

1455 Pinball (Παιχνίδι με καρφάκια)

1. Ως 4. Πολλές πιθανές απαντήσεις.
5. 65λ
6. Οι απαντήσεις θα εξαρτηθούν από τα αποτελέσματά σου στην ερώτηση 1.
7. 65λ
8. Τα περισσότερα άτομα ίσως σκέφτηκαν ότι το ποσό που θα μπορούσαν να κερδίσουν (10λ και 15λ) δεν ήταν αρκετό για να πληρώσουν 10λ τη βολή.
9. Περίπου το διπλάσιο.
   Να συζητήσεις με το δάσκαλό σου για το πώς θα ορίσεις τα βραβεία.

1461 Ψηφία στη θέση λέξεων

2. 562
3. 0, γιατί καταλήγεις σε 0

α.	261
β.	999
γ.	803
δ.	4056
ε.	7001
στ.	6090
ζ.	5707
η.	10010

1462 Χαλασμένα πλήκτρα

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα:

1. 7 − 3 − 3 =
2. 3 x 3 − 7 =
3. 3 x 3 − 3 − 3 =
4. 7 − 3 =
5. 7 − 3 x 3 − 7 =
6. 3 x 3 − 3 =
7. 7 = *Αν διαθέτεις επαγγελματικό κομπιουτεράκι, το αποτέλεσμα δεν θα είναι 5.*
8. 3 x 7 − 3 − 7 − 3 =
9. 3 x 3 =

1483 Το μεγαλύτερο γινόμενο

Πολλά γινόμενα είναι πιθανά.

Π.χ.	$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$	$21 \times 34 = 714$
	$2 \times 134 = 268$	$1 \times 234 = 234$
	$24 \times 13 = 312$	$21 \times 43 = 903$ …

Το μεγαλύτερο γινόμενο που προκύπτει από τους αριθμούς 1, 2, 3 και 4 είναι το
$41 \times 32 = 1312$

- Είναι δύσκολο να βρεις το μεγαλύτερο γινόμενο των αριθμών 1, 2, 3, …9 επειδή η απάντηση δεν θα χωράει στα περισσότερα κομπιουτεράκια.
  Μπορείς να επιχειρήσεις να βρεις το μεγαλύτερο γινόμενο χρησιμοποιώντας τους αριθμούς: 1, 2, …5
  1, 2, …6
  1, 2, …7
  μέχρι να διακρίνεις κάποιον κανόνα.

1484 Κανονικότητες με δεκαδικούς αριθμούς

1.	0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1,2…		Προσθέτεις 0,2 κάθε φορά
2.	$0{,}1\dot{1}, 0{,}2\dot{2}, 0{,}3\dot{3}, 0{,}4\dot{4}, 0{,}5\dot{5}, 0{,}6\dot{6}\ldots$		Προσθέτεις $0{,}1\dot{1}$ κάθε φορά
3.	0.5, 0.5, 0.5…		Όλα ίσα με $\frac{1}{2}$
4.	$0.3\dot{3}, 0.6\dot{6}, 1.0, 1{,}3\dot{3}, 1.6\dot{6}, 2.0\ldots$	ή	Αυξάνεται κατά $0.3\dot{3}$ προσθέτεις $\frac{1}{3}$
5.	0.1, 0.01, 0.001, 0.0001…	ή	Διαιρείς με το 10 κάθε φορά το 1 μετακινείται προς τα δεξιά κάθε φορά
6.	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5…		Προσθέτεις 0,1 κάθε φορά
7.	0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1…		Όλα ίσα με $\frac{1}{10}$
8.	$0.\dot{0}\dot{9}, 0.\dot{1}\dot{8}, 0.\dot{2}\dot{7}, 0.\dot{3}\dot{6}, 0.\dot{4}\dot{5}, 0.\dot{5}\dot{4}\ \ldots$	ή	Κάθε ζεύγος επαναλαμβανόμενων αριθμών έχει άθροισμα 9 προσθέτεις το $0.\dot{0}\dot{9}$
9.	$0.33\dot{3}, 0.33\dot{3}, 0.33\dot{3}\ldots$		Όλα ίσα με $\frac{1}{3}$
10	0.5, 0.05, 0.005, 0.0005…	ή	Το 5 μετακινείται μία θέση προς τα δεξιά κάθε φορά διαιρείς με το 10 κάθε φορά
	0.2, 0.2, 0.2…		Όλα ίσα με $\frac{1}{5}$
12.	Πολλές πιθανές απαντήσεις		

1486 Τριάδες και επτάδες

Σε κάθε διερεύνηση είναι πολύ σημαντικό να εργάζεσαι συστηματικά, ώστε να μπορείς να βλέπεις όλα σου τα αποτελέσματα καθαρά.
Μπορείς να διαπιστώσεις ότι όλα τα πιθανά μήκη που μπορούν να προκύψουν από ξυλάκια 3 και 7 κύβων θα υπάρχουν κάπου στον παρακάτω πίνακα;

0	3	6	9	12	15	18	21	24….
7	10	13	16	19	22	25	28	31….
14	17	20	23	36	28	32	35	38….
21	24	27	30	33	36	39	42	45….

Το μεγαλύτερο μέγεθος που δεν είναι δυνατό να προκύψει είναι το 11 επειδή όλοι οι αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το 11 εμφανίζονται στον πίνακα. (Στην πραγματικότητα όλοι οι αριθμοί πάνω από το 11 εμφανίζονται στις 3 πρώτες σειρές και, επομένως, ο υπόλοιπος πίνακας δεν είναι απαραίτητος).
Τα μεγέθη που δεν είναι δυνατόν να προκύψουν από ξυλάκια 3 και 7 κύβων είναι τα 1, 2, 4, 5, 8 και 11.
Ίσως έχεις συγκεντρώσει αποτελέσματα για αρκετά ζεύγη από ξυλάκια. Επομένως, ένας πίνακας θα σου είναι χρήσιμος:

	Αριθμός μεγεθών που δεν προκύπτουν					
	1	2	3	4	5	6…..
1						
2						
3						
4		∞	3			
5			4			
6						
7			6			

Ο πίνακας δείχνει τα αποτελέσματα για ξυλάκια 3 και 7 κύβων. Επίσης, δείχνει ότι με ξυλάκια 4 και 3 κύβων υπάρχουν 3 μεγέθη που δεν είναι δυνατό να προκύψουν και με ξυλάκια 5 και 3 κύβων υπάρχουν 4 μεγέθη που δεν μπορούν να προκύψουν. Όταν συμπληρωθεί μεγαλύτερο τμήμα του πίνακα, τότε είναι πιθανό να διακρίνεις κάποιες κανονικότητες αριθμών (κανόνες).

- Το ∞ είναι το σύμβολο που δηλώνει το άπειρο. Μπορείς να δεις γιατί χρησιμοποιήθηκε για ξυλάκια 4 και 2 κύβων;

1511 Ορίζοντας περιοχές

1.

i)	$x > 2$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση d)
ii)	$y \le 6$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση c)
iii)	$x + y \ge 3$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση g)
iv)	$2x + 3y \le 12$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση b)
v)	$y + 2x \le 50$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση e)
vi)	$xy \le 144$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση a)
vii)	$y \le 2x$	ταιριάζει με τη γραφική παράσταση h)
viii)	$x \le 2y$	

2.

Καμία από τις γραφικές παραστάσεις δεν παρουσιάζει όλες τις ανισότητες	$y \ge 0$ $2x + y > 4$ $x + 3y > 9$ $x + y < 6$	$x \ge 0$
Η γραφική παράσταση β) ορίζεται από τις ανισότητες	$x \ge 0$ $y \ge 0$ $2x + y < 4$ $x + 3y > 9$	$2x + y > 4$ $x + 3y > 9$ $x + y < 6$
Η γραφική παράσταση γ) ορίζεται από τις ανισότητες	$x > 0$ $x + 3y < 9$ $x + y > 6$	$y \ge 0$ $x + 3y > 9$ $x + y < 6$ $2x + y < 4$
Η γραφική παράσταση δ) ορίζεται από τις ανισότητες	$x \ge 0$ $2x + y > 4$ $x + 3y > 9$ $x + y < 6$	≥ 0 $x + 3y > 9$
Η γραφική παράσταση ε) ορίζεται από τις ανισότητες	$x \ge 0$ $y \ge 0$ $x + 3y > 9$ $x + y > 6$	$x + y < 6$ $2x + y > 4$

1520 Το παιχνίδι των διαφορών

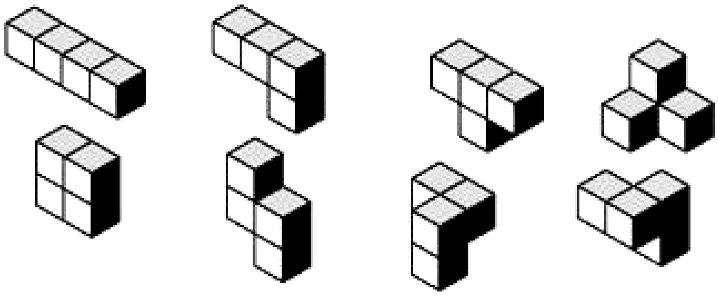
Ποιος νίκησε;
Βελτιώθηκες στο να βρίσκεις τις μεγαλύτερες διαφορές που μπορείς να δημιουργήσεις με τις κάρτες σου;
Ποια ήταν η μεγαλύτερη διαφορά που μπόρεσες να δημιουργήσεις;

1521 Παιχνίδι με πέντε κάρτες

Ποιος νίκησε;
Πόσες φορές έπρεπε να μοιράσεις τα χαρτιά;
Γινόσουν καλύτερος όσο έπαιζες περισσότερο;

1524 Στερεά με 4 κυβάκια

Υπάρχουν 8 διαφορετικά στερεά που ακόμη κι αν τα αναποδογυρίσεις, δεν θα μοιάζουν μεταξύ τους.



1528 Τοίχος κλασμάτων 2

1. $\frac{4}{8}$ 2. $\frac{2}{8}$ 3. $\frac{6}{8}$

4. $\frac{5}{8}$ 5. $\frac{3}{8}$ 6. $\frac{5}{8}$

7. $\frac{7}{8}$ 8. $\frac{7}{8}$ 9. $\frac{7}{8}$

10. $\frac{7}{8}$ 11. $\frac{7}{8}$ 12. $\frac{5}{8}$

13. $\frac{5}{8}$ 14. $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ 15. $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ 16. $\frac{3}{8}$

<u>1537 Συστήματα εξισώσεων και ανισώσεων</u>

Μια συνεχής έντονη ευθεία δηλώνει ότι το σύνορο συμπεριλαμβάνεται στη ζητούμενη περιοχή, ενώ μια διακεκομμένη γραμμή δηλώνει ότι το σύνορο δεν συμπεριλαμβάνεται.
Ένα σημείο στη μη σκιασμένη περιοχή είναι το (3, -5).

Αντικαθιστώντας στην $2x + y < 12$

$6 + -5 < 12$

$1 < 12$

Οι συντεταγμένες ικανοποιούν την ανισότητα.

Αντικαθιστώντας στην $x - y > 3$

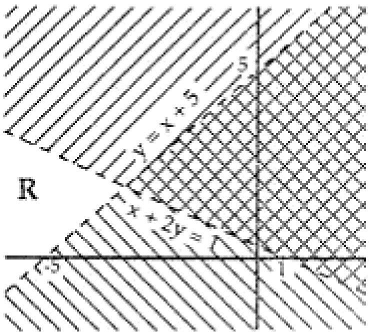
$3 - -5 > 3$

$8 > 3$

Οι συντεταγμένες ικανοποιούν την ανισότητα.

1. α) $x = -3,\ y = 2$

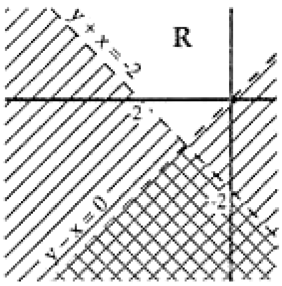
β)



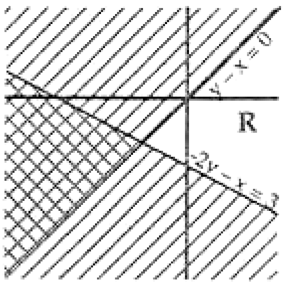
2. α) $x = \frac{1}{2},\ y = 3$

β) $x = 1,\ y = -2$

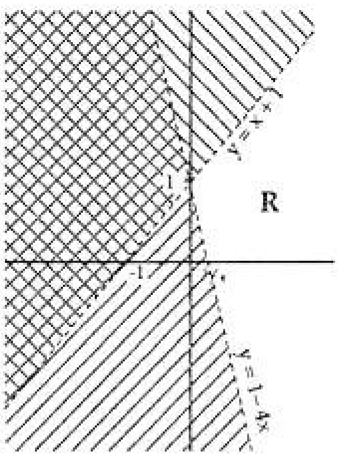
3. α)



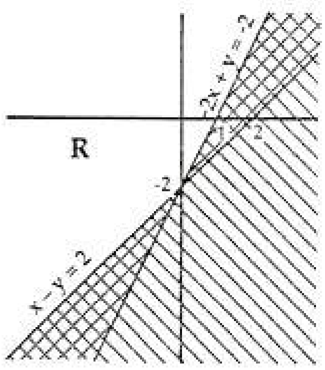
β)



γ)



δ)



1538 Επίλυση συστημάτων εξισώσεων

Ανεξάρτητα από τη μέθοδο που χρησιμοποίησες για να επιλύσεις τα συστήματα εξισώσεων, πρέπει να βρήκες τις παρακάτω μοναδικές λύσεις. Ποια από τις μεθόδους σού φάνηκε πιο χρήσιμη;

1. $x = 6$ $y = 2$	2. $x = 4$ $y = 2$	3. $x = -1$ $y = 3$
4. $x = -\frac{1}{2}$ $y = 2$	5. $x = 2\frac{1}{2}$ $y = 7\frac{1}{2}$	6. $x = \frac{4}{11}$ $y = \frac{1}{11}$

1540 Υπάρχει λύση;

α) Υπάρχει ένας απεριόριστος αριθμός λύσεων, οι εξισώσεις αναπαριστάνονται από την ίδια ευθεία.

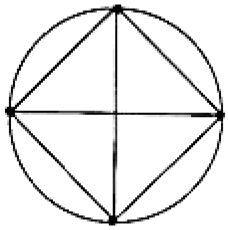
β) Δεν υπάρχει λύση, οι εξισώσεις αναπαριστάνονται από ευθείες παράλληλες που δεν τέμνονται ποτέ.

γ) Υπάρχει μία και μοναδική λύση, οι εξισώσεις αναπαριστάνονται από ευθείες που τέμνονται στο σημείο $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

δ) Υπάρχει απεριόριστος αριθμός λύσεων, οι εξισώσεις αναπαριστάνονται από την ίδια ευθεία.

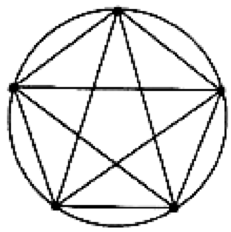
1555 Κρυμμένο τριαντάφυλλο

Είναι καλύτερο να ξεκινήσεις με ένα απλό σχέδιο, για να βρεις τον αριθμό των γραμμών σε αυτό το σχέδιο.



- Ένας κύκλος χωρισμένος σε 4 ίσα μέρη.
  Σε κάθε σημείο αντιστοιχούν 3 γραμμές, ωστόσο δεν υπάρχουν 12 γραμμές συνολικά.
  Υπάρχουν μόνο 6 γραμμές γιατί κάθε γραμμή περνάει από 2 σημεία.

Ένας άλλος τρόπος για να το εξηγήσεις είναι να σχεδιάσεις τις γραμμές πρώτα από ένα σημείο. Θα σχεδιάσεις 3 γραμμές. Στη συνέχεια, από το δεύτερο σημείο θα σχεδιάσεις 2 ακόμη. Από το τρίτο σημείο θα σχεδιάσεις ακόμη 1. Οι γραμμές που αντιστοιχούν στο τέταρτο σημείο θα έχουν τότε ήδη σχεδιαστεί. Έτσι,
ο αριθμός των γραμμών θα είναι 3+2+1.



- Ένας κύκλος χωρισμένος σε 5 ίσα μέρη.

Σε κάθε σημείο αντιστοιχούν 4 γραμμές.
5×4=20 σημεία στην περιφέρεια του κύκλου.
Κάθε γραμμή τέμνει την περιφέρεια του κύκλου σε 2 σημεία,
άρα υπάρχουν 10 γραμμές.

Με τον άλλο τρόπο θα σχεδίαζες 4 γραμμές από το πρώτο σημείο, 3 από το δεύτερο σημείο κ.ο.κ.

- Έτσι, για τον κύκλο που είναι χωρισμένος σε 16 ίσα μέρη μπορείς να φτάσεις στο αποτέλεσμα με δύο διαφορετικούς τρόπους:

Από κάθε σημείο περνούν 15 γραμμές. 16×15=240 σημεία στην περιφέρεια του κύκλου. Κάθε γραμμή τέμνει . . . κ.λπ.
Με τον άλλο τρόπο από το πρώτο σημείο περνούν 15 γραμμές, άλλες 14 γραμμές από το δεύτερο κ.λπ. 15+14+13+. . . +2+1
Ένα σύνολο . . . κ.λπ.
Οι κύκλοι με μονό αριθμό σημείων στην περιφέρειά τους σχηματίζουν ένα «άνοιγμα» στο κέντρο.
Οι κύκλοι με ζυγό αριθμό σημείων στην περιφέρειά τους δεν σχηματίζουν «άνοιγμα». Γιατί;

1559 Εμβαδόν όμοιων σχημάτων

α) Παράγοντας κλίμακας	β) Αρχικό μήκος : Αντίστοιχο νέο μήκος	γ) Αρχικό εμβαδόν (cm^2)	δ) Νέο εμβαδόν (cm^2)	ε) Αρχικό εμβαδόν : Νέο εμβαδόν
$\frac{1}{2}$	$1 : \frac{1}{2} = 2 : 1$	4	1	4 : 1
$1\frac{1}{2}$	$1 : 1\frac{1}{2} = 2 : 3$	4	9	4 : 9
2	1 : 2	4	16	4 : 16 = 1 : 4
$2\frac{1}{2}$	$1 : 2\frac{1}{2} = 2 : 5$	4	**25**	**4 : 25**
3	1 : 3	4	**36**	**4 : 36 = 1 : 9**
$3\frac{1}{2}$	$1 : 3\frac{1}{2}$ = **2 : 7**	4	**49**	**4 : 49**

- Οι λόγοι στη στήλη ε) είναι τα τετράγωνα των αντίστοιχων λόγων στη στήλη β). Όταν το τρίγωνο μεγεθύνεται, για παράδειγμα, με κλίμακα 3, η βάση του γίνεται 3 φορές μεγαλύτερη και το ύψος 3 φορές μεγαλύτερο, επομένως το εμβαδόν του γίνεται 9 φορές μεγαλύτερο.

α) Παράγοντας κλίμακας	β) Αρχικό μήκος : Αντίστοιχο νέο μήκος	γ) Αρχικό εμβαδόν (cm^2)	δ) Νέο εμβαδόν (cm^2)	ε) Αρχικό εμβαδόν : Νέο εμβαδόν
$\frac{1}{2}$	4 : 2 = 2 : 1	8	2	8 : 2 = 4 : 1
$1\frac{1}{2}$	4 : 6 = 2 : 3	8	18	8 : 18 = 4 : 9
2	4 : 8 = 1 : 2	8	32	8 : 32 = 1 : 4
$2\frac{1}{2}$	4 : 10 = 2 : 5	8	50	8 : 50 = 4 : 25
3	4 : 12 = 1 : 3	8	72	8 : 72 = 1 : 9
$3\frac{1}{2}$	4 : 14 = **2 : 7**	8	144	8 : 144 = 4 : 49

- Οι λόγοι στην στήλη ε) είναι τα τετράγωνα των αντίστοιχων λόγων στη στήλη β).

Το εξάγωνο	α)	$16cm^2$
	β)	$1cm^2$
	γ)	$49cm^2$
Το πεντάγωνο	α)	$24cm^2$
	β)	$1,5cm^2$
	γ)	$73,5cm^2$

Σύνοψη
Όταν μεγεθύνουμε ένα σχήμα με συντελεστή μεγέθυνσης n:

- οι αντίστοιχες γωνίες είναι **ίσες**,
- ο λόγος των πλευρών είναι 1 : **n**,
- ο λόγος των εμβαδών είναι 1 : $\mathbf{n^2}$.

1560 Προβλήματα ομοιότητας

Όλες οι απαντήσεις είναι στρογγυλοποιημένες σε 2 δεκαδικά ψηφία.

1.

Ακτίνα (εκ.)	Διάμετρος (εκ.)	Περιφέρεια (εκ.)	Εμβαδόν (τ.εκ.)
2	4	12,57	12,57
4	8	25,13	50,27

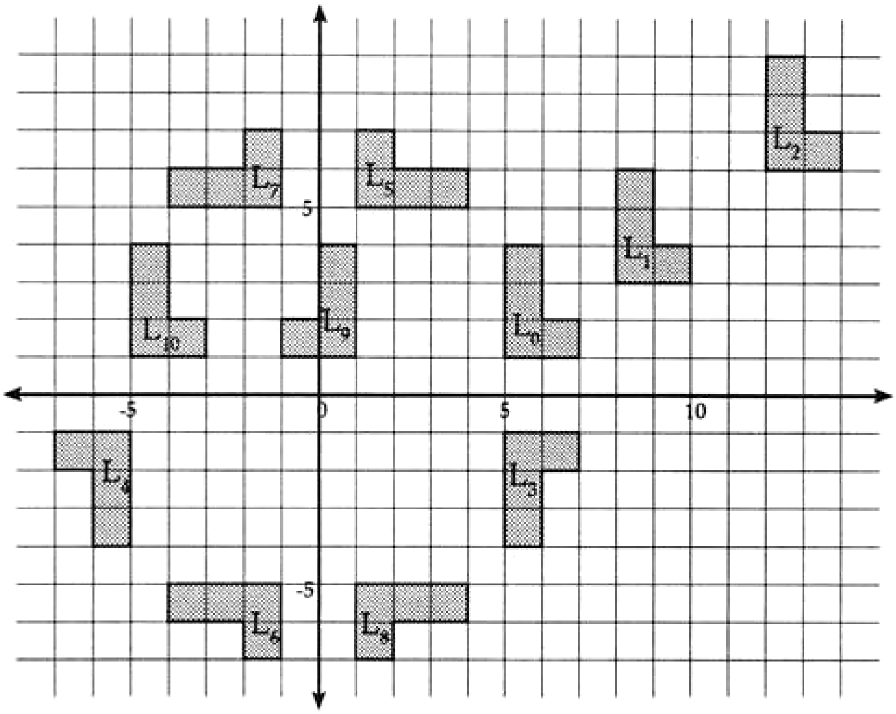
Για μεγέθυνση με συντελεστή κλίμακας 2.

Λόγος διαμέτρου	4 : 8	= 1 : 2	
Λόγος περιφέρειας	12,57 : 25,13	= 1 : 2	
Λόγος εμβαδού	12,57 : 50,27	= 1 : 4	$= 1 : 2^2$

Τα αποτελέσματα είναι σύμφωνα με την περίληψη.

2. 15 τ.εκ.
3. α) 3,75 εκ.
   β) 18,75 εκ.
4. $10^2 \times 90 = 9000$ γρ = 9 κ
5. $4^2 \times 18 = 288$
6. Το εμβαδόν στο χάρτη είναι περίπου 16 τ.εκ.
   Το εμβαδόν του δάσους είναι $16 \times (50000)^2$ τ.εκ. = 4 τ.χμ.

1561 Μετασχηματισμοί



α) Μεταφορά (παράλληλη μετατόπιση) $\begin{pmatrix} -7 \\ -5 \end{pmatrix}$

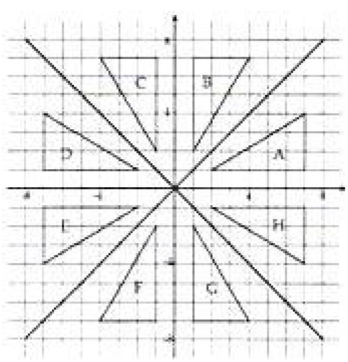
β) Περιστροφή 180° γύρω από το σημείο (0, 0)

γ) Συμμετρία ως προς y = -x

δ) Περιστροφή 90° αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού γύρω από το σημείο (0, 0)

ε) Μεταφορά (παράλληλη μετατόπιση) $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

1562 Σύνθετες συμμετρίες



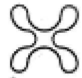
α) Περιστροφή 180° γύρω από το σημείο (0, 0).

β) Συμμετρία ως προς την ευθεία y = 0, (άξονας x).

γ) Περιστροφή 180° γύρω από το σημείο (0, 0).

δ) Συμμετρία ως προς την ευθεία y = -x.

1564 Πλακάκια με στρογγυλά σχέδια

1. Η άλλη κλειστή καμπύλη είναι κάτω αριστερά. 
2. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις χωρίς κλειστές καμπύλες.
3. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις με περισσότερες από 5 κλειστές καμπύλες.
4. Είναι πιθανό να σχηματίσεις 11 κλειστές καμπύλες.
5. Ναι. Και πάλι υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις.
6. Μπορείς να τοποθετήσεις τα σχέδιά σου σε ένα ντοσιέ.

1566 Τετραγωνικές ρίζες

Αυτή η μέθοδος εύρεσης τετραγωνικών ριζών ονομάζεται «δοκιμή και βελτίωση».
Θα ξέρεις πότε η απάντησή σου είναι σωστή γιατί μπορείς να το ελέγξεις, πολλαπλασιάζοντας την τετραγωνική ρίζα με τον εαυτό της.

Τετραγωνική ρίζα × τετραγωνική ρίζα = αριθμός

Αυτή η πρόταση θα σου υπενθυμίσει ότι το τετράγωνο της «τετραγωνικής ρίζας του αριθμού x» είναι ο αριθμός x.
Αυτό μπορεί να γραφεί ως εξής: $(\sqrt{x})^2 = x$
Θα πρέπει να συνεχίσεις να κάνεις προβλέψεις μέχρι να βρεις το ζητούμενο αριθμό με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων π.χ. $\sqrt{2}$ $3{,}464 \times 3{,}464 = 11{,}999296$.
Η πρόβλεψη 3,464 είναι αρκετά ικανοποιητική επειδή η απάντηση είναι ίση με το 12 (με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων).

1571 Παίζοντας με το πλήκτρο

1. Αυτός ο υπολογισμός δίνει πάντοτε αποτέλεσμα 27 σε αυτό το πληκτρολόγιο.
2. Αυτός ο υπολογισμός δίνει πάντοτε αποτέλεσμα πολλαπλάσιο του 11.
3. Να γράψεις κανόνες για τις *δικές σου κανονικότητες*.

1589 Διερεύνηση τετραγωνικών ριζών

Οποιονδήποτε αριθμό και να επιλέξεις, η τετραγωνική ρίζα της τετραγωνικής ρίζας της τετραγωνικής ρίζας κ.λπ….. προσεγγίζει το 1.

Αυτό μπορεί να γραφεί ως ….. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}}}} \to 1$

Για να σχηματίσεις την ακολουθία όπου ο αριθμός διπλασιάζεται αφού βρεις την τετραγωνική ρίζα, ……. $2\sqrt{(2\sqrt{(2\sqrt{(2\sqrt{(6,8)})})})}$ …… μπορείς να χρησιμοποιήσεις λογιστικό φύλλο ή κομπιουτεράκι για γραφικές παραστάσεις.

Το λογιστικό φύλλο που ακολουθεί δείχνει την αρχή της ακολουθίας: ….. $2\sqrt{(2\sqrt{(2\sqrt{(2\sqrt{(6,8)})})})}$ ….

	A
1	6,8
2	5,21536192
3	4,56743338
4	4,27431088
5	4,13488132
6	4,06688152
7	4,03330213
8	4,01661655
9	4,00829967
10	4,00414768

Τύπος: = 2* SQRT (A1)
Εντολή: Fill Down (από το Edit μενού)

Η ίδια ακολουθία μπορεί να σχηματιστεί σε ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων τύπου Texas TI-81.

Πλήκτρα	Οθόνη
6 . 8 Enter	**6,8**
	6,8
2 √ Ans Enter	**2√Ans**
	5,215361924
Enter	**4,567433382**
Enter	**4,274310883**
. . .	

Τι συμβαίνει στην ακολουθία .. $2\sqrt{(2\sqrt{(2\sqrt{(2\sqrt{(x)})})})}$ ...αν το x είναι μεγαλύτερο από 4;
…αν το x είναι μικρότερο από 4;
…αν το x είναι ίσο με 4;

Οι απαντήσεις στις τρεις αυτές ερωτήσεις θα σε βοηθήσουν να εξετάσεις τι συμβαίνει όταν πολλαπλασιάζεις την τετραγωνική ρίζα με το 3, 4,….k.

Μπορείς να διερευνήσεις ακολουθίες που σχηματίζονται από τρίτες ρίζες $\sqrt[3]{}$

τέταρτες ρίζες $\sqrt[4]{}$

.

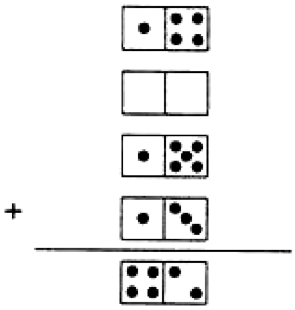
.

.

νιοστές ρίζες $\sqrt[\nu]{}$

<u>1591 Αθροίσματα με ντόμινο</u>

Μπορείς να φτιάξεις αθροίσματα με ντόμινο, έτσι ώστε να χρησιμοποιηθούν όλα τα ντόμινο.
Για να γίνει αυτό, ίσως χρειαστεί να φτιάξεις μερικά αθροίσματα όπως:



$$\begin{array}{r} 14 \\ 00 \\ 15 \\ +\ 13 \\ \hline 42 \end{array}$$

<u>1592 Διερεύνηση με δύο τομές</u>

Η ενότητα για τα πολύγωνα στην κάρτα 2163 θα σε βοηθήσει να περιγράψεις όλα τα σχήματα που βρήκες σε αυτήν την έρευνα.

<u>1613 Η Κίττυ κάνει υπολογισμούς</u>

Τώρα ίσως είναι προτιμότερο να επιλέξεις τις 1000 λίρες γιατί ακόμη και ο κ. Χατζηπατέρας δεν θα έχει τη δυνατότητα να πληρώσει το ποσό μέσα σε ένα μήνα με τον άλλο τρόπο.

<u>1614 Η Κίττυ και οι πιθανότητες</u>

Φαίνεται πιθανό ότι η Κίττυ πρόκειται να κερδίσει….τελικά !
Αν, όμως, υποθέσουμε ότι το στρίψιμο του κέρματος φέρνει γράμματα δέκα φορές στη σειρά, πόσα χρήματα θα χρωστάει η Κίττυ;

1615 Η λογική της Κίττυ

1ος : Μαίρη
2ος : Μπέτυ
3ος : Άλκης

1618 Ονόματα αριθμών

Α = 36 Β = 1 και 25 Γ = 45 Δ = 13 Ε = 36 Ζ = 8

1619 Πόσα τετράγωνα;

Εξετάζοντας ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι πιθανό να έχεις βρει ένα συστηματικό τρόπο για να μετρήσεις τα διαφορετικού μεγέθους τετράγωνα. Για παράδειγμα, σε ένα 6 × 4 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, μπορείς να αρχίσεις με τα τετράγωνα 1 × 1, στη συνέχεια με τα τετράγωνα 2 × 2 κ.λπ.

1 × 1 τετράγωνα	6 × 4	24
2 × 2 τετράγωνα	5 × 3	15
3 × 3 τετράγωνα	4 × 2	[redacted]
4 × 4 τετράγωνα	■ × ■	
	Σύνολο :	50

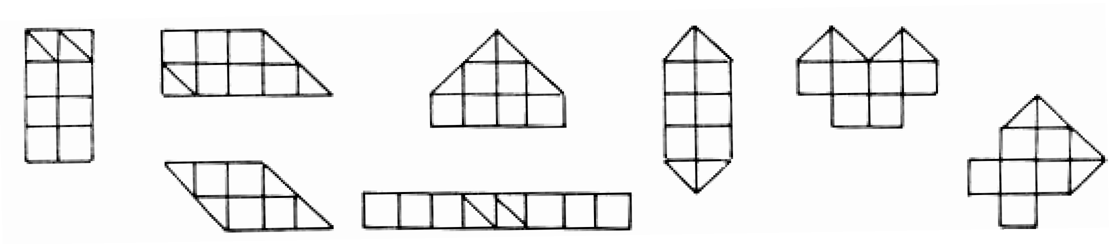
Μια τέτοια συστηματική προσέγγιση θα σε βοηθήσει να φτιάξεις έναν πίνακα με τους αριθμούς των τετραγώνων που περιλαμβάνονται σε ορθογώνια παραλληλόγραμμα διαφορετικού μεγέθους:

Πλάτος ορθογωνίου παραλληλογράμμου \ Μήκος ορθογωνίου παραλληλογράμμου	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	5	8	11	14	17	20
3	3	8	14				
4	4	11					
5	5						

Μπορείς να προβλέψεις πόσα τετράγωνα υπάρχουν σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο 5 × 8;
Μπορείς να ελέγξεις αν ήταν σωστή η πρόβλεψή σου;
Στην πραγματικότητα, υπάρχουν αρκετοί κανόνες στον πίνακα. Με τη βοήθεια αυτών των κανόνων μπορείς να χρησιμοποιήσεις την άλγεβρα, για να προβλέψεις πόσα τετράγωνα θα υπάρχουν σε ένα m × n ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

1628 Οκτώ τετράγωνα

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Μερικές από αυτές είναι οι παρακάτω:



1630 Κατά μήκος της γραμμής

Υπάρχουν πολλοί πιθανοί τρόποι για να σχηματίσεις όλους τους αριθμούς από το ένα μέχρι το είκοσι, εκτός από τους αριθμούς 8, 12, 14, 16 και 19.
Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα:

1	=	9-8	6	=	3×2	13	=	8×5
2	=	2:1	7	=	5+2	15	=	9+6
3	=	9-6	9	=	6+3	17	=	8+9
4	=	4×1	10	=	5×2	18	=	6×3
5	=	2+3	11	=	7+4	20	=	5×4

Χρησιμοποιώντας τους διαγώνια γειτονικούς αριθμούς, μπορείς να σχηματίσεις το 8 (=2×4), το 12 (=2×6) και το 14 (=8×6). Δεν είναι δυνατόν να σχηματίσεις το 16 ή το 19.

1631 Στόχος 100

Δεν είναι απαραίτητες συγκεκριμένες απαντήσεις.

1632 Μαρκαρισμένα πλήκτρα

Υπάρχουν πολλές τριάδες αριθμών που θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις αλλά όλες θα πρέπει να περιλαμβάνουν το 9.
Παρακάτω, παρουσιάζονται παραδείγματα με το 9, το 2 και το 3 (όπως επίσης με το 6, το 7 και το 8).

15	=	7+6+2	18	=	9+7+2	21	=	7+8+6
16	=	8+6+2	19	=	9+8+2	22	=	7+9+6
17	=	8+7+2	20	=	9+8+3	23	=	8+9+6

Με πόσα άλλα σύνολα αριθμών μπορεί να γίνει το ίδιο;
Με ποια σύνολα <u>δεν</u> μπορείς να κάνεις το ίδιο;

1633 Ακολουθώντας τον Τάμεση

Δεν απαιτείται απάντηση.

1638 Θρίαμβος

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

1639 Τετράδες

Δεν υπάρχουν απαντήσεις.

1642 Τρίγωνα από καλαμάκια

Αυτά τα 6 τρίγωνα έχουν τη μεγαλύτερή τους πλευρά με μήκος 4εκ:
(4, 4, 4) (4, 4, 3) (4, 4, 2) (4, 4, 1) (4, 3, 3) (4, 3, 2)
Υπάρχουν 9 τρίγωνα που η μεγαλύτερή τους πλευρά έχει μήκος 5εκ. Επομένως, υπάρχει μια κανονικότητα που ξεκινάει ως εξής:

Μεγαλύτερη πλευρά		Αριθμός διαφορετικών τριγώνων
3	→	4
4	→	6
5	→	9

Ωστόσο, ο κανόνας που ισχύει δεν είναι τόσο απλός γιατί υπάρχουν λιγότερα από 13 τρίγωνα που η μεγαλύτερη πλευρά τους έχει μήκος 6εκ......

1643 Η τυχερή βουτιά

1. Η $6^{η}$ πρόβλεψη θα πρέπει να είναι πάντα σωστή γιατί υπάρχει μία μόνο κάρτα για να αναποδογυρίσεις.
3. Όταν οι επιλογές είναι λιγότερες, η πιθανότητα να είναι σωστή η επιλογή είναι μεγαλύτερη.
5. Στην $5^{η}$ στήλη οι επιλογές είναι μόνο 2, κατά συνέπεια η επιλογή αναμένεται να είναι σωστή τις μισές φορές: 50 από τα 100.

1646 Η Κίττυ και οι φίλες της (Πιθανότητες 2)

Δεν υπάρχει λόγος να είσαι στεναχωρημένη, Σάρα. Ο λόγος που η Κίττυ σε επισκέπτεται μόνο μία Κυριακή στις δέκα δεν είναι προσωπικός αλλά μαθηματικός. Βλέπεις, με βάση τον τρόπο που είναι οργανωμένο το πρόγραμμα δρομολογίων των τρένων, το τρένο προς τη δική σου κατεύθυνση έρχεται 1 λεπτό μετά το τρένο προς την κατεύθυνση της Ειρήνης. Αν η Κίττυ φτάσει σε διάστημα 9 λεπτών μεταξύ των τρένων, θα πάρει το τρένο για την Ειρήνη. Αν, όμως, φτάσει στο διάστημα του 1 λεπτού μεταξύ των τρένων, θα πάρει το τρένο προς τη δική σου κατεύθυνση. Αυτό σημαίνει ότι είναι 9 φορές πιο πιθανό να πάρει το τρένο για την Ειρήνη από το να πάρει το τρένο για σένα.

1649 Στο δρόμο για το σχολείο

1. Ο Β μένει κοντά στο σχολείο. (Δες το διάγραμμα.)
2. Όχι, δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες ακόμη.
3. Ναι. Αν ο Β μένει 500 μ. μακριά από το σχολείο, τότε ο Α μένει 1000 μ. μακριά.
4. Ναι.
5. Ο Β μένει πιο κοντά, κατά συνέπεια θα φτάσει στο σχολείο πριν από τον Α.
6. Ο Α μένει πιο μακριά, κατά συνέπεια θα πρέπει να κινηθεί πιο γρήγορα από τον Β (Ίσως ο Β περπάτησε και ο Α χρησιμοποίησε το λεωφορείο!)
7. Ο Στέφανος είναι ο Α και η Λίνα είναι η Β γιατί ο Στέφανος μένει 2 φορές πιο μακριά από τη Λίνα.
8. Η Πωλίνα είναι η Γ και ο Άλκης είναι ο Δ γιατί η Πωλίνα μένει τέσσερις φορές πιο μακριά από τον Άλκη.

1655 Το παιχνίδι με τους παράγοντες

Δεν απαιτείται συγκεκριμένη απάντηση.

1656 Η ξεχασμένη διαίρεση

4 : 17 = 0, 2352941

1657 Η Μυστηριώδης Διαίρεση

56 : 73 = 0,7671232

1659 Αντιστροφή με το νου

Το στοιχείο για να βρεις το σύνδεσμο είναι 9.
Τα πολλαπλάσια του 9 είναι 18, 27, 36, 45, ... και ο αριθμός που πρέπει να προστίθεται κάθε φορά θα είναι επανάληψη των: 181818, 272727, 363636, . . .

Η τελική ερώτηση που πρέπει να απαντήσεις είναι «ποια είναι η σχέση ανάμεσα στο πολλαπλάσιο του 9 και στα δύο αρχικά ψηφία;»

1660 Ο πρωταθλητής ψύλλος

1. 1,5χιλ
2. 240.000 ευρώ
3. α ___ 14,81 μέτρα
   β ___ 20,25 δευτερόλεπτα
   γ ___ 248,8 (249) άνθρωποι
4. 2,83 δευτερόλεπτα
5. 5059 άλματα

1662 Φτάνω στο ένα

Το παράδειγμα μπορεί να γίνει με 3 πράξεις: 28 → [+3] → [+3] → [-33] → 1
Παρακάτω, παρουσιάζονται πιθανές λύσεις για τα τρία προβλήματα:
Πρόβλημα 1 55 → [+6] → [+6] → [-66] → 1
Πρόβλημα 2 28 → [+3] → [+3] → [-33] → 1
Πρόβλημα 3 24 → [+9] → [+9] → [-99] → [-99] → [:99] → 1

1663 Το μεγαλύτερο και το μικρότερο

Από το συνδυασμό των ψηφίων 1, 2, 8 προκύπτουν έξι διαφορετικοί αριθμοί:

182	218	812
128	281	821

1. α) Ο μεγαλύτερος αριθμός είναι ο 821.
β) Ο μικρότερος αριθμός είναι ο 128.

2. και 3.
Να παρατηρήσεις ότι ο μεγαλύτερος αριθμός έχει πάντα πρώτο το μεγαλύτερο ψηφίο, ακολουθεί το δεύτερο μεγαλύτερο ψηφίο κ.λπ.
Ο μικρότερος αριθμός είναι πάντα ο αντίστροφος του μεγαλύτερου.

4. Ο μεγαλύτερος αριθμός είναι ο 9742.
Ο μικρότερος αριθμός είναι ο 2479.

1664 Σκάκι

5	4	5	4	5	4	5	6
4	3	4	3	4	5	4	5
3	4	3	4	3	4	5	4
2	3	2	3	4	3	4	5
3	2	3	2	3	4	3	4
2	1	4	3	2	3	4	5
3	4	1	2	3	4	3	4
0	3	2	3	2	3	4	5

1665 $(x + 1)^2$

2. $3^2 + (2 \times 3) + 1 = 4^2$
   $4^2 + (2 \times 4) + 1 = 5^2$
   $5^2 + (2 \times 5) + 1 = 6^2$
   $6^2 + (2 \times 6) + 1 = 7^2$
   $7^2 + (2 \times 7) + 1 = 8^2$
   $8^2 + (2 \times 8) + 1 = 9^2$
3. $20^2 + (2 \times 20) + 1 = 21^2$
4. $54^2 + (2 \times 54) + 1 = 55^2$
5. $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
7. Ναι, η ταυτότητα ισχύει πάντα επειδή:
   $(x +1)^2 = (x +1)\ x\ (x + 1)$
   $= x(x + 1) + 1(x + 1)$
   $= x^2 + x + x + 1$
   $= x^2 + 2x + 1$

1670 Απομιμήσεις

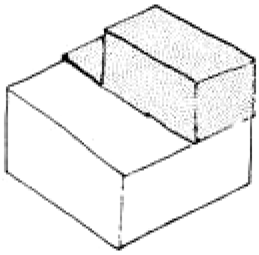
Ακολουθεί η απάντηση που έδωσαν δύο μαθήτριες. *Συμφωνείς με την απάντησή τους;*

	Ομάδες του ενός	Ομάδες των 2	Ομάδες των 3	Ομάδες των 4	Ομάδες των 5	Ομάδες των 6	Ομάδες των 7
Αλέξανδρος	6	6	5	5	1	1	0
Σουζάνα	16	5	4	3	0	0	0
Μαρία	32	9	0	0	0	0	0
Στέφανος	13	3	2	2	2	0	1
Δέσποινα	8	11	2	1	2	0	0
Μπάμπης	26	12	0	0	0	0	0

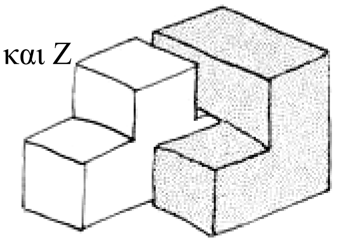
Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να δούμε ότι η Μαρία και ο Μπάμπης έχουν παραποιήσει τα αποτελέσματά τους. Τα δικά τους αποτελέσματα δείχνουν μόνο ομάδες από ένα ή δύο κεφάλια ή γράμματα. Δεν έχουν άλλους τύπους ομάδων. Όλοι οι υπόλοιποι έχουν διαφορετικούς τύπους ομάδων.

1672 Τα στερεά Soma

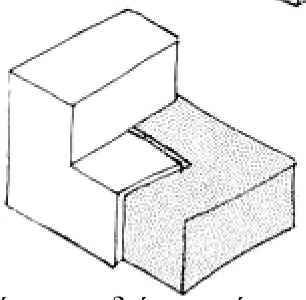
1. Β και Γ



Ε και Ζ

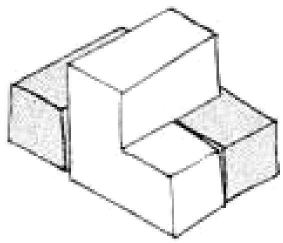


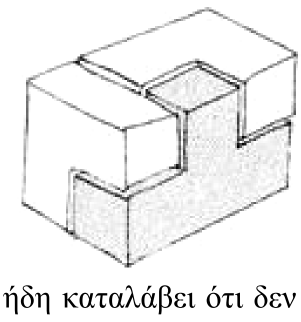
Β και Η



3. Β και Η (μπορεί να τα έχεις σχεδιάσει από την αντίθετη οπτική γωνία).

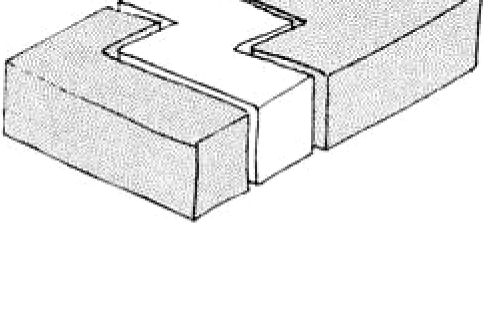
4.



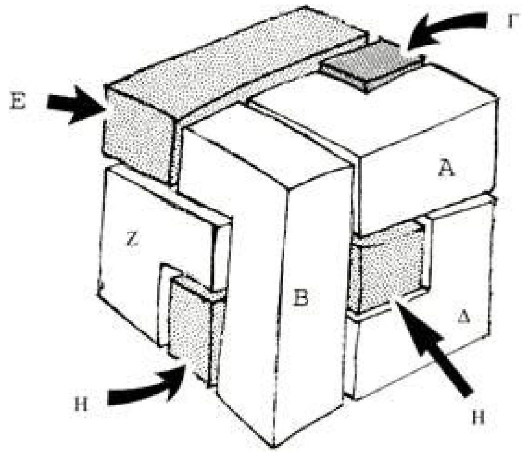


Το συγκεκριμένο σχέδιο δείχνει μια διάταξη των Δ, Ε και Ζ, η οποία θα σχηματίσει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

5. Ίσως έχεις ήδη καταλάβει ότι δεν μπορείς να χρησιμοποιήσεις τα Δ, Ζ και Η για το συγκεκριμένο παζλ. Στην πραγματικότητα, πρέπει να χρησιμοποιήσεις όλα τα υπόλοιπα τμήματα (Α, Β, Γ και Ε). Γιατί;
   Ακολουθεί μια τοποθέτηση που είναι πιθανή:



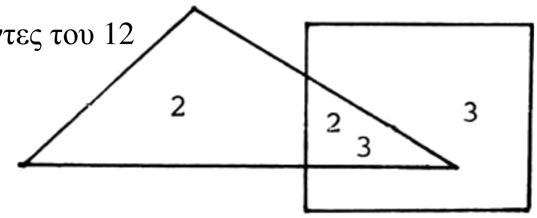
6. Υπάρχουν πολλές πιθανές λύσεις. Η λύση που ακολουθεί είναι μία από αυτές:



1673 ΜΚΔ & ΕΚΠ

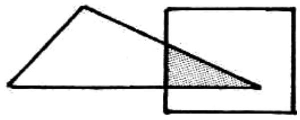
ΜΚΔ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	1	1	3	1	1	3	1	1	3	1
4	1	2	1	4	1	2	1	4	1	2
5	1	1	1	1	5	1	1	1	1	5
6	1	2	3	2	1	6	1	2	3	2
7	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1
8	1	2	1	4	1	2	1	8	1	2
9	1	1	3	1	1	3	1	1	9	1
10	1	2	1	2	5	2	1	2	1	10

Παράγοντες του 12

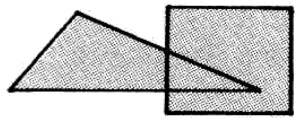


Παράγοντες του 18

Ο ΜΚΔ είναι το γινόμενο των αριθμών που βρίσκονται στο χώρο τομής των δύο σχημάτων.



Το ΕΚΠ είναι το γινόμενο των αριθμών που υπάρχουν και στα δύο σχήματα μαζί.

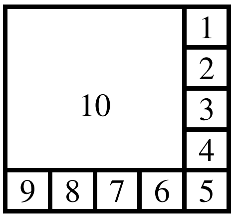


Το γινόμενο των αριθμών 12 και 18 είναι ίσο με το γινόμενο του ΕΚΠ με τον ΜΚΔ τους.
Όταν πολλαπλασιάζεις τα ΕΚΠ x ΜΚΔ, οι αριθμοί που υπάρχουν στο χώρο της τομής πολλαπλασιάζονται δύο φορές.

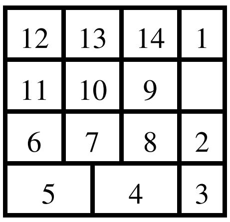
1674 Ανατομία τετραγώνου

Η περιγραφή της έρευνας που ακολουθεί σχετικά με το διαχωρισμό σε τετράγωνα είναι του Gavin, ο οποίος είναι μαθητής στο Crofton School της Αγγλίας.
Συνάντησες κι εσύ δυσκολία στο να τοποθετήσεις 2, 3 και 5 τετράγωνα σε ένα τετράγωνο;
Περιγραφή
«Πήραμε μια κόλλα χαρτί με θέμα το διαχωρισμό σε τετράγωνα. Περιείχε οδηγίες για το τι έπρεπε να κάνουμε. Έλεγε: Μπορεί ένα μεγάλο τετράγωνο να χωριστεί σε τυχαίο αριθμό μικρότερων τετραγώνων; Να εξετάσεις σε πόσα τετράγωνα κάτω των 30 μπορείς να χωρίσεις το αρχικό τετράγωνο. Έκανα μερικά πρόχειρα σχέδια. Στο πρώτο φύλλο έχω δύο σχέδια, τα παρακάτω:

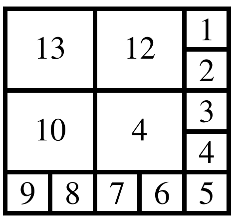
1. Είναι ένα σχέδιο σε σχήμα L με ένα τετράγωνο στην επάνω αριστερή γωνία. Αυτό το σχέδιο χρησιμοποιήθηκε για τους άρτιους αριθμούς.



2. Αυτό το σχέδιο αποτελείται από σχήμα σε μορφή L αλλά το τετράγωνο στην επάνω αριστερή γωνία έχει χωριστεί σε 9 μικρά τετράγωνα.



3. Όπως βλέπεις, το τετράγωνο στην επάνω αριστερή γωνία έχει χωριστεί σε 4 αντί για 9 τετράγωνα. Το συγκεκριμένο σχέδιο χρησιμοποιήθηκε για περιττούς αριθμούς.



Διαχωρισμός τριγώνων
Ισόπλευρα τρίγωνα μπορούν να διαχωριστούν σε τρίγωνα που είναι ισόπλευρα με εξαίρεση τις πλευρές 2, 3 και 5.
Είναι δυνατόν ένα ισοσκελές τρίγωνο να χωριστεί σε ισοσκελή τρίγωνα;

1682 Μπερδεμένοι αριθμοί

α = 8	δ = 3	ζ = 10
β = 21	ε = 11	η = 16
γ = 5		

1684 Ένα πρόβλημα δυνάμεων

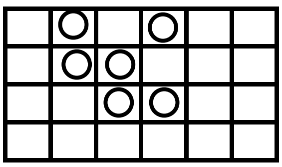
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	6	2	4	8	6	2
3	9	7	1	3	9	7	1	3
4	6	4	6	4	6	4	6	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	9	3	1	7	9	3	1	7
8	4	2	6	8	4	2	6	8
9	1	9	1	9	1	9	1	9

Η 5^{η} στήλη είναι με την πρώτη. Οι στήλες επαναλαμβάνονται μετά από αυτήν τη στήλη.

3111696 είναι μια 4^{η} δύναμη (42^4)
1601613 είναι μια κυβική δύναμη (117^3)
4464769 είναι ένα τετράγωνο αριθμού (2113^2)

1685 Ένα κασόνι με μπουκάλια για γάλα

Στο σχέδιο που ακολουθεί, η λύση που παρουσιάζεται δείχνει τις έξι κενές θέσεις και όχι τα 18 μπουκάλια.



(Επειδή σε κάθε σειρά στο κασόνι υπάρχει άρτιος αριθμός θέσεων, είναι ευκολότερο να μετακινήσεις 6 πούλια «κενών θέσεων» παρά 18 πούλια για τα αντίστοιχα «μπουκάλια».)

1686 Τετράγωνα

Τα σχέδια που υπάρχουν και στις δύο αφίσες έχουν όλα δημιουργηθεί με βάση τετράγωνα, στα οποία το μισό είναι πάντα μαύρο και το άλλο μισό είναι πάντα άσπρο.
Στις αφίσες 1, 2 και 4 το κάθε τετράγωνο χωριστά διαιρείται σε δύο ίσες μεταξύ τους περιοχές από τα δύο χρώματα.
Στην αφίσα 3 οι περιοχές έχουν χωριστεί σε 4 χρώματα, τα οποία προσδίδουν στην εικόνα μια ποικιλία από μορφές «πυραμίδας». Σχετικά με το χώρο που τα χρώματα καταλαμβάνουν: μωβ + κόκκινο = πορτοκαλί + κίτρινο.

1687 Ρέστα

Μόνο το 1 λεπτό και τα 3 λεπτά δεν μπορούν να σχηματιστούν με τα κέρματα.

1689 Σημαίες με πολλά χρώματα

1. Πολωνία $\frac{1}{2}$ κόκκινο
$\frac{1}{2}$ άσπρο

2. Ολλανδία $\frac{1}{3}$ κόκκινο
$\frac{1}{3}$ άσπρο
$\frac{1}{3}$ γαλάζιο

3. Άγιος Μαυρίκιος $\frac{1}{4}$ κόκκινο
$\frac{1}{4}$ γαλάζιο
$\frac{1}{4}$ κίτρινο
$\frac{1}{4}$ πράσινο

4. Βέλγιο $\frac{1}{3}$ μαύρο
$\frac{1}{3}$ κίτρινο
$\frac{1}{3}$ κόκκινο

5. Dahomey $\frac{1}{3}$ πράσινο

$\frac{1}{3}$ κίτρινο

$\frac{1}{3}$ κόκκινο

6. Αραβικά Εμιράτα $\frac{1}{4}$ κόκκινο

$\frac{1}{4}$ πράσινο

$\frac{1}{4}$ άσπρο

$\frac{1}{4}$ μαύρο

7. Νιγηρία $\frac{2}{3}$ πράσινο

$\frac{1}{3}$ άσπρο

8. Ουγκάντα $\frac{1}{3}$ μαύρο ($\frac{2}{6}$)

$\frac{1}{3}$ κίτρινο ($\frac{2}{6}$)

$\frac{1}{3}$ κόκκινο ($\frac{2}{6}$)

9. Τσεχοσλοβακία $\frac{1}{4}$ γαλάζιο ($\frac{2}{8}$)

$\frac{3}{8}$ άσπρο

$\frac{3}{8}$ κόκκινο

10. Ταϋλάνδη $\frac{1}{3}$ γαλάζιο ($\frac{2}{6}$)

$\frac{1}{3}$ άσπρο ($\frac{2}{6}$)

$\frac{1}{3}$ κόκκινο ($\frac{2}{6}$)

11. Sharjah $\frac{3}{10}$ κόκκινο ($\frac{6}{20}$)

$\frac{7}{10}$ άσπρο ($\frac{14}{20}$)

12. Ελβετία $\frac{11}{16}$ κόκκινο ($\frac{14}{64}$)

$\frac{5}{16}$ άσπρο ($\frac{20}{64}$)

13. Οι σημαίες σχηματίζουν τη φράση GOOD TRY. Δεν είναι πάντοτε απαραίτητο να σχηματίζουν λέξεις γιατί ειδικοί συνδυασμοί σημαιών χρησιμοποιούνται για απλά μηνύματα. Ο συνδυασμός PYX σημαίνει Καλό ταξίδι (GOOD VOYAGE).

Με τα σύγχρονα μέσα επικοινωνίας τα σημαιάκια δεν είναι απαραίτητα για την αναμετάδοση πληροφοριών, αλλά το απόσπασμα από το "THE OBSERVER BOOK OF FLAGS " που ακολουθεί, περιγράφει ορισμένα SIGNAL FLAGS που χρησιμοποιούνται ακόμη:

Τα σηματάκια αυτά παρέχουν τη δυνατότητα για αναμετάδοση μιας απίστευτης ποικιλίας σημάτων, καθώς αυτά παρουσιάζονται ένα-ένα ή σε ομάδες από 2 έως 5σημαίες. Όσο πιο λίγα είναι τα σηματάκια τόσο πιο επείγον είναι το σήμα. Οι δύο σημαίες με ψαλιδωτή ουρά ενεργούν ως προειδοποιήσεις. Η A δείχνει ότι ένα πλοίο διεξάγει δοκιμή ταχύτητας και η B ότι φορτώνει ή ξεφορτώνει εκρηκτικό.
Η σημαία Δ είναι επίσης προειδοποίηση ότι ένα πλοίο κάνει ελιγμούς με δυσκολία. Η σημαία K προειδοποιεί κάποιο άλλο πλοίο ότι «πρέπει να σταματήσει αμέσως» και η σημαία U ότι «βρίσκεται σε κίνδυνο». Η σημαία O στέλνει το δυσάρεστο μήνυμα «άνθρωπος στη θάλασσα». Άλλες σημαίες χρησιμοποιούνται για να ζητηθεί βοήθεια, η F επειδή ένα πλοίο παρουσίασε πρόβλημα, η V επειδή χρειάζεται βοήθεια και η W γιατί χρειάζεται ιατρική βοήθεια. Δύο σημαίες συναντώνται συχνά στα λιμάνια, η Q, η οποία σημαίνει ότι ένα πλοίο δηλώνει πως το πλήρωμα είναι υγιές και ζητάει άδεια για να μπει στο λιμάνι και η H (ή παρόμοια σημαία που χωρίζεται οριζόντια με λευκές λωρίδες πάνω από κόκκινες) ότι ένα πλοίο μεταφέρει πλοηγό. Πιθανώς, η πιο γνωστή σημαία απ' όλες να είναι η Blue Peter ή P, η οποία ανακοινώνει ότι ένα πλοίο είναι έτοιμο να αποπλεύσει.

14. F : $\frac{1}{2}$ είναι άσπρο

15. U : $\frac{1}{2}$ είναι κόκκινο

16. N : $\frac{1}{2}$ είναι γαλάζιο

17. A : $\frac{2}{5}$ ($\frac{8}{20}$) είναι γαλάζιο

Κουβέιτ: $\frac{1}{6}$ είναι μαύρο

$\frac{1}{4}$ είναι άσπρο

$\frac{7}{24}$ είναι κόκκινο

$\frac{7}{24}$ είναι πράσινο

Γκάνα: $\frac{1}{4}$ είναι κόκκινο

$\frac{1}{4}$ είναι κίτρινο

$\frac{1}{4}$ είναι πράσινο

Μπρουνέι: $\frac{1}{4}$ είναι άσπρο

$\frac{1}{4}$ είναι μαύρο

$\frac{1}{4}$ είναι κίτρινο

1690 Η λογική της Κίττυ

Προς μεγάλη έκπληξη, χρειάζονται μόνο 4 κάλτσες.
Αν οι τρεις πρώτες είναι όλες διαφορετικές, τότε μια τέταρτη θα σχηματίζει ζευγάρι με μία από αυτές.

1696 Αποτελέσματα δοκιμασίας αυτοκινήτων

1η δοκιμή

	Α	Β	Γ	Δ
Χρόνος	6	12	4	8
Ταχύτητα	80	40	120	60

2η δοκιμή

	Α	Β	Γ	Δ
Χρόνος	3	6	2	9
Ταχύτητα	80	40	120	$26\frac{2}{3}$

3η δοκιμή

	Α	Β	Γ	Δ
Χρόνος	9	18	12	15
Ταχύτητα	80	40	60	48

4η δοκιμή

	Α	Β	Γ	Δ
Χρόνος	7,2	14,4	10,8	9,6
Ταχύτητα	96	48	64	72